

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

LÊ HỒNG QUANG

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC
CHO HỌC SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
TRONG DẠY HỌC ĐẠI SỐ**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

THÁI NGUYÊN, NĂM 2020

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

LÊ HỒNG QUANG

**BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC
CHO HỌC SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
TRONG DẠY HỌC ĐẠI SỐ**

Ngành: Lý luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán học
Mã số: 9140111

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

Cán bộ hướng dẫn khoa học:

1. TS. Trần Luận
2. PGS.TS Trần Việt Cường

THÁI NGUYÊN, NĂM 2020

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi dưới sự hướng dẫn của TS Trần Luận và PGS.TS Trần Việt Cường. Các số liệu, kết quả trình bày trong luận án là trung thực và chưa ai công bố trong bất kỳ một công trình nào khác.

Thái Nguyên, tháng 10 năm 2020

Tác giả luận án

Lê Hồng Quang

LỜI CẢM ƠN

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới TS Trần Luận và PGS.TS Trần Việt Cường đã tận tình hướng dẫn và giúp đỡ tôi trong học tập, nghiên cứu và hoàn thành bản luận án này.

Trong quá trình thực hiện Luận án, tôi đã nhận được sự giúp đỡ, góp ý về chuyên môn của GS.TS Nguyễn Hữu Châu, GS.TS Bùi Văn Nghị, PGS.TS Nguyễn Danh Nam, PGS.TS Cao Thị Hà, PGS.TS. Trịnh Thanh Hải, TS. Bùi Thị Hạnh Lâm, PGS.TS. Đào Thái Lai, PGS.TS. Trần Kiều cùng các chuyên gia trong ngành Lý luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán . Tôi thực sự biết ơn những sự chỉ bảo quý báu đó.

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban Giám hiệu, các thầy cô giáo Khoa Toán trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên.

Tôi xin cảm ơn Ban Giám hiệu, các thầy cô giáo trường THPT Xuân Giang (Hà Nội), THPT Lê Quý Đôn (Hà Nội), THPT Chu Văn An (Hà Nội), THPT Thái Phiên (Đà Nẵng), THPT Hoàng Hoa Thám (Đà Nẵng), THPT Trần Biên (Đồng Nai), THPT Lê Hồng Phong (Đồng Nai), THPT Nguyễn Hoàng (Thanh Hóa), THPT Đông Sơn 2 (Thanh Hóa) đã giúp đỡ, tạo điều kiện về thời gian để tôi làm khảo sát, thực nghiệm và hoàn thành luận án.

Cũng nhân dịp này cho tôi được tỏ lòng biết ơn đến gia đình và người thân đã luôn động viên, giúp đỡ và tạo điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu.

Thái Nguyên, tháng 10 năm 2020

Tác giả luận án

Lê Hồng Quang

MỤC LỤC

LỜI CAM ĐOAN	i
LỜI CẢM ƠN	ii
MỤC LỤC	iii
DANH MỤC CÁC BẢNG.....	iv
DANH MỤC CÁC HÌNH.....	v
MỞ ĐẦU	1
1. Lý do chọn đề tài.....	1
2. Mục đích nghiên cứu.....	3
3. Nhiệm vụ nghiên cứu	3
4. Khách thể và đối tượng nghiên cứu	4
5. Giả thuyết khoa học	4
6. Phương pháp nghiên cứu.....	4
7. Luận điểm khoa học sẽ đưa ra bảo vệ.....	5
8. Dự kiến những đóng góp trong luận án	5
Chương 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN.....	6
1.1. Tổng quan vấn đề nghiên cứu	6
1.1.1. Tình hình bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong dạy học Toán trên thế giới.....	6
1.1.2. Tình hình bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học trong dạy học Toán ở Việt Nam	14
1.2. Các khái niệm cơ bản	16
1.2.1. Năng lực	16
1.2.2. Năng lực toán học	17
1.2.3. Mô hình	18
1.2.4. Mô hình toán học	18
1.2.5. Mô hình hóa toán học.....	20
1.2.6. Năng lực mô hình hóa toán học	21
1.3. Vai trò, ý nghĩa của mô hình hóa toán học trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông	23

1.3.1. Tăng cường liên hệ Toán học với thực tiễn	24
1.3.2. Phát triển các dự án học tập	27
1.3.3. Tăng cường hợp tác nhóm.....	30
1.3.4. Phát triển năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn.....	32
1.3.5. Phát triển kĩ năng sử dụng công nghệ thông tin.....	34
1.4. Quy trình mô hình hóa toán học.....	35
1.5. Năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh.....	36
1.5.1. Năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn	37
1.5.2. Năng lực sử dụng ngôn ngữ trong quá trình mô hình hóa toán học	38
1.5.3. Năng lực xây dựng mô hình toán học	39
1.5.4. Năng lực làm việc với mô hình toán học	40
1.5.5. Năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình	41
1.6. Tiềm năng của dạy học Đại số theo hướng bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh	41
Kết luận Chương 1	46
Chương 2. NGHIÊN CỨU THỰC TRẠNG	47
2.1. Phương pháp nghiên cứu.....	47
2.1.1. Mục tiêu nghiên cứu.....	47
2.1.2. Mẫu nghiên cứu.....	47
2.1.3. Công cụ nghiên cứu	48
2.1.4. Quá trình thực hiện thu thập dữ liệu	49
2.1.5. Phân tích dữ liệu.....	51
2.2. Thực trạng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT	52
2.2.1. Thực trạng năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn.....	52
2.2.2. Thực trạng năng lực ngôn ngữ toán học	54
2.2.3. Thực trạng năng lực xây dựng mô hình toán học	56
2.2.4. Thực trạng năng lực làm việc với mô hình toán học	59
2.2.5. Thực trạng năng lực đánh giá và năng lực điều chỉnh mô hình.....	61
2.3. Thực trạng bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học phổ thông.....	63

2.4. Đánh giá chung về thực trạng bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT.....	65
Kết luận Chương 2	68
Chương 3. ĐỀ XUẤT KHUNG NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC VÀ BIỆN PHÁP SỬ PHẠM BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TRONG DẠY HỌC ĐẠI SỐ.....	69
3.1. Khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông	69
3.2. Biện pháp bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học phổ thông trong dạy học Đại số	71
3.2.1. Biện pháp 1: Bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ toán học với ngôn ngữ tự nhiên và ngược lại.....	72
3.2.2. Biện pháp 2: Tập luyện cho học sinh về chiến lược giải trong lĩnh vực mô hình hóa toán học	77
3.2.3. Biện pháp 3: Từ các tình huống có vấn đề, tập luyện cho học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải phù hợp với bối cảnh thực.....	86
Kết luận Chương 3	95
Chương 4. KHẢO NGHIỆM SỰ CẦN THIẾT VÀ TÍNH KHẢ THI CỦA KHUNG NĂNG LỰC VÀ BIỆN PHÁP SỬ PHẠM ĐỀ XUẤT	96
4.1. Khảo nghiệm sự cần thiết và tính khả thi của khung năng lực đề xuất	96
4.1.1. Phương pháp khảo nghiệm.....	96
4.1.2. Kết quả khảo nghiệm	97
4.2. Khảo nghiệm sự cần thiết và tính khả thi của các biện pháp đề xuất	118
4.2.1. Phương pháp khảo nghiệm.....	118
4.2.2. Kết quả khảo nghiệm	119
4.3. Thử nghiệm biện pháp: Từ các tình huống có vấn đề, tập luyện cho học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải phù hợp với bối cảnh thực	123
4.3.1. Mục đích và nội dung thử nghiệm	123
4.3.2. Phương pháp thử nghiệm	124
4.3.3. Phân tích quá trình thử nghiệm	127

4.3.4. Kết quả sau thử nghiệm.....	133
Kết luận Chương 4	135
KẾT LUẬN CHUNG LUẬN ÁN	136
CÔNG TRÌNH KHOA HỌC ĐÃ ĐƯỢC CÔNG BỐ CÓ LIÊN QUAN	
ĐẾN ĐỀ TÀI LUẬN ÁN.....	137
TÀI LIỆU THAM KHẢO	139
PHỤ LỤC	

DANH MỤC CÁC BẢNG

Bảng 1.1. Dữ liệu và Kết quả.....	29
Bảng 2.1. Đánh giá năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực	52
Bảng 2.2. Thực trạng năng lực ngôn ngữ toán học của học sinh THPT	54
Bảng 2.3. Thực trạng năng lực xây dựng mô hình toán học	56
Bảng 2.4. Thực trạng năng lực làm việc với mô hình toán học	59
Bảng 2.5. Thực trạng năng lực đánh giá, năng lực điều chỉnh mô hình	61
Bảng 3.1. Khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh.....	69
Bảng 4.1. Kết quả thăm dò ý kiến đánh giá tính cần thiết của các biện pháp.....	120
Bảng 4.2. Kết quả thăm dò ý kiến đánh giá tính khả thi của các biện pháp	121
Bảng 4.3. Thông tin về học sinh tham gia thực nghiệm	124

DANH MỤC CÁC HÌNH

Hình 1.1. Mô tả về tập số.....	11
Hình 1.2. Mô tả mô hình kính viễn vọng	11
Hình 1.3. Mô hình vệ tinh bay trong không gian.....	12
Hình 1.4. Mô hình đề xuất bởi Xuhui Li (Li, 2013).....	20
Hình 1.5. Quy trình mô hình hóa toán học (theo Blum 1996).....	22
Hình 1.6. Mô hình đồ thị Parabol.....	31
Sơ đồ 1.1. Chu kỳ mô hình hóa toán học (đề xuất bởi Mette Sofie Olufsen).....	35
Sơ đồ 1.2. Sơ đồ của Blum (2005).....	36
Biểu đồ 2.1. Thể hiện các năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học	53
từ bối cảnh thực tiễn của học sinh THPT	53
Biểu đồ 2.2. Thể hiện các năng lực thành tố của năng lực ngôn ngữ toán học.....	55
của học sinh THPT	55
Biểu đồ 2.3. Thể hiện các năng lực xây dựng mô hình toán học.....	57
Biểu đồ 2.4. Thể hiện các năng lực làm việc với mô hình toán học.....	60
Biểu đồ 2.5. Thể hiện năng lực đánh giá, năng lực điều chỉnh mô hình	62
Hình 3.1. Mô tả suy luận giải quyết tình huống.....	84
Hình 3.2. Mô tả suy luận giải quyết tình huống.....	84
Hình 3.3. Học sinh tóm lược vấn đề 2	88
Hình 3.4. Đồ thị biểu diễn quan hệ thời gian sử dụng và số tiền thanh toán.....	89
Hình 3.5. Học sinh mô tả hình hộp.....	90
Hình 3.6. Học sinh mô tả hình trụ.....	90
Hình 3.7. Học sinh nhóm 1 mô tả cách giải quyết vấn đề 3.....	92
Hình 3.8. Học sinh nhóm 2 mô tả cách giải quyết vấn đề 3.....	93

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Xu thế chung mà các nền giáo dục toán tiên tiến trên thế giới không chỉ đánh giá về kiến thức mà còn xem xét khả năng của học sinh trong việc áp dụng kiến thức và kinh nghiệm của mình vào giải quyết những vấn đề thực tiễn và có thể làm được những gì trên cơ sở những kiến thức đã học được. Cụ thể, chú trọng khả năng sử dụng các kiến thức đã học vào thực tế và năng lực xử lý các tình huống học sinh sẽ gặp trong cuộc sống sau khi rời ghế nhà trường.

Hiện nay, trong giảng dạy Toán tại nhiều nước trên thế giới đều theo khuynh hướng giảm bớt lý thuyết hàn lâm, đẩy mạnh hoạt động vận dụng, thực hành. Nhiều nước đã dùng các bài toán lấy từ các bối cảnh thực tiễn, gần gũi với bản thân học sinh vào các kì thi từ bậc tiểu học đến bậc phổ thông, chẳng hạn: Hàn Quốc, Pháp, Mỹ, Phần Lan...

Hiện nay, trong bối cảnh cuộc Cách mạng công nghiệp lần thứ tư, Việt Nam đang trên con đường hội nhập với các quốc gia khác trên thế giới, hướng đến phát triển năng lực người học, sau khi ra trường, họ có năng lực đối phó với các thách thức. Mô hình hóa toán học đặc biệt rất quan trọng cho việc giải quyết các tình huống có vấn đề trong bối cảnh thực. Do đó, việc dạy và học cần quan tâm đến việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh phổ thông là một vấn đề cấp thiết, có tính thời sự.

Giáo dục Toán học được đánh dấu một bước phát triển mới bằng một hội nghị quốc tế gồm các nhà giáo dục toán tổ chức tại Bologna năm 1908. Đến 1968, tại *Hội nghị quốc tế về Giáo dục toán học* (ICME), khái niệm mô hình hóa toán học được đưa ra và thảo luận. Năm 1970, Aristides Camargo Barreto (người Brazil) báo cáo tại Hội nghị quốc tế ICME III và IV về việc sử dụng mô hình toán học trong âm nhạc ở các lớp học của mình tại PUC- RJ, Rio de Janeiro, Brazil. Cho đến nay, việc thực hiện mô hình hóa toán học trong nhà trường ngày càng được thúc đẩy nhằm đáp ứng mục tiêu tăng cường giáo dục Toán theo hướng xuất phát từ bối cảnh thực tế, được đặt ra bởi nhiều nhà giáo dục từ giữa thế kỉ 20 đến nay như Galbraith (1995), Blum (1996). Trong đó, “mô hình hóa toán học là quá trình tạo ra các mô hình toán học để giải quyết các vấn đề thực tế, nó được xây dựng bằng cách chuyển các vấn đề từ thực tiễn với ngôn ngữ viết sang ngôn ngữ biểu tượng, kí hiệu...” Nói cách khác, “mô hình hóa là toàn bộ quá trình chuyển đổi từ vấn đề thực tế sang vấn đề toán và ngược lại cùng với mọi thứ liên quan đến

quá trình đó, từ bước xây dựng lại tình huống thực tế, quyết định một mô hình toán phù hợp, làm việc trong môi trường toán, giải thích đánh giá kết quả liên quan đến tình huống thực tế và đôi khi cần phải điều chỉnh các mô hình, lặp lại quá trình nhiều lần cho đến khi có được một kết quả hợp lý” (Trần Vui, 2009). Có thể thấy, “mô hình hóa toán học được đặc trưng bởi môi trường mà trong đó học sinh được yêu cầu khám phá tri thức thông qua môn Toán hoặc các tình huống thực tế có tính chất liên môn khác. Vì vậy, tích hợp các tình huống thực tế vào các hoạt động dạy học trên lớp học đóng vai trò rất quan trọng nhằm giúp cho học sinh thấy được tính ứng dụng thực tiễn của Toán học”.

Mô hình hoá toán học giúp học sinh hiểu biết hơn về ứng dụng toán học trong cuộc sống; nhờ đó, học sinh phát triển khả năng phân tích, suy luận, lập luận và giải quyết vấn đề toán học trong những tình huống, bối cảnh khác nhau; phát triển tư duy phê phán và khả năng liên hệ kiến thức toán học vào thực tế cuộc sống và với các môn học khác, hoặc có thể vận dụng một phần vào liên môn.

Các nghiên cứu của Niss (1989) và Mason & Davis (1991) cho rằng, “ở trường phổ thông, cách tiếp cận này giúp việc học Toán của học sinh trở nên có ý nghĩa hơn, tạo động cơ tích cực và niềm say mê học Toán”.

Chương trình Sách giáo khoa bộ môn Toán ở trường Trung học phổ thông hiện hành kế thừa và phát huy truyền thống dạy học Toán ở Việt Nam, tiếp cận trình độ giáo dục toán học phổ thông của các nước phát triển trong khu vực và trên thế giới. Nội dung được biên soạn theo tinh thần lựa chọn những kiến thức toán học cơ bản, thiết thực, có hệ thống, trình bày tinh giản; thể hiện tính liên môn và tích hợp các nội dung dạy học; thể hiện vai trò công cụ của môn Toán, đồng thời tăng cường thực hành và vận dụng, thực hiện dạy học gắn liền với thực tiễn. Đặc biệt, Đại số tạo điều kiện rất lớn trong việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh, điều đó được thể hiện:

- Chương trình đại số còn vận dụng phương pháp mô hình hóa để xây dựng một số khái niệm có tính khái quát cao. Thông qua dạy học, những đơn vị kiến thức này có thể hình thành cho học sinh phương pháp mô hình hóa, một yếu tố quan trọng cho việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học;

- Toán ứng dụng, nhất là các lĩnh vực xác suất và thống kê, rất quan trọng đối với thực tiễn cuộc sống của con người, được đưa vào trong chương trình dạy học. Cho đến thời điểm hiện nay, các tri thức này được trình bày trong chương trình Trung học phổ thông một cách có hệ thống. Sự sắp xếp như trên đã làm cho hệ thống các tri thức toán học này lập thành mạch toán ứng dụng, vì thế giáo viên có

cơ hội rèn luyện khả năng vận dụng Toán học vào đời sống, cũng như bồi dưỡng năng lực toán học hóa tình huống thực tiễn cho học sinh.

- Sự thay đổi, cơ cấu lại các đơn vị kiến thức trong sách giáo khoa nói chung, Đại số ở bậc Trung học phổ thông nói riêng, theo hướng tích hợp liên môn, tạo điều kiện cho toán học xâm nhập vào các khoa học tự nhiên và đi sâu vào thực tiễn cuộc sống.

- Sách giáo khoa đã có sự thay đổi rất lớn về cách trình bày, tăng cường các hoạt động của người học thông qua các tình huống, cho học sinh dự đoán ước tính để phát hiện ra vấn đề. Điều đó được thể hiện qua việc thiết kế các tình huống, đưa người học vào trong cuộc và ủy thác nhiệm vụ cho họ dưới dạng mở. Mặt khác, ngôn ngữ diễn đạt của sách giáo khoa đang hướng tới chuẩn mực quốc tế hiện hành, thuận lợi cho sự giao lưu hội nhập.

Đã có một số công trình nghiên cứu về mô hình hóa toán học ứng dụng trong dạy học Toán ở trường phổ thông. Điển hình là các công trình *“Nghiên cứu vận dụng phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn toán ở trường phổ thông”* của tác giả Nguyễn Danh Nam, *“Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh Trung học phổ thông qua dạy học Đại số và Giải tích”* của tác giả Phan Anh [1], *“Sử dụng toán học hóa để phát triển các năng lực hiểu biết định lượng của học sinh lớp 10”* của tác giả Nguyễn Thị Tân An, *“Ứng dụng phép tính vi phân (phân đạo hàm) để giải các bài tập cực trị có nội dung liên môn và thực tế trong dạy học Toán lớp 12 Trung học phổ thông”* của tác giả Nguyễn Ngọc Anh, *“Tăng cường khai thác nội dung thực tế trong dạy học số học và đại số nhằm nâng cao năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho học sinh Trung học cơ sở”* của tác giả Bùi Huy Ngọc [7]. Tuy nhiên, chưa có công trình nào nghiên cứu sâu về bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh Trung học phổ thông.

Vì những lý do trên đây, chúng tôi chọn đề tài nghiên cứu cho luận án là: ***“Bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh Trung học phổ thông trong dạy học Đại số”***.

2. Mục đích nghiên cứu

Mục đích của Luận án là nghiên cứu, xác định những thành tố đặc trưng của năng lực mô hình hóa toán học với đối tượng là học sinh Trung học phổ thông; trên cơ sở đó, đề xuất các biện pháp sư phạm nhằm góp phần bồi dưỡng năng lực này ở người học trong dạy học Đại số.

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

Nghiên cứu lý luận về các nội dung:

- + Nghiên cứu quan điểm về mô hình hóa toán học.
- + Năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT.

Nghiên cứu thực tiễn:

- + Thực trạng về năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trong một số nhà trường THPT.
- + Thực trạng việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT.

Xác định rõ:

- + Những năng lực thành tố của năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT.
- + Những nội dung sẽ trang bị, bồi dưỡng cho học sinh THPT về năng lực mô hình hóa toán học.
- + Những biện pháp sư phạm hướng đến bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT.

Thực nghiệm sư phạm:

Tổ chức thực nghiệm sư phạm theo cả chiều rộng và chiều sâu để kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp đề xuất.

4. Khách thể và đối tượng nghiên cứu

- + *Khách thể nghiên cứu:* Quá trình dạy học Toán tại trường THPT.
- + *Đối tượng nghiên cứu:* Quá trình bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT.

5. Giả thuyết khoa học

Nếu xác định được các thành tố cơ bản trong năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT và đề xuất được các biện pháp sư phạm thích hợp thì sẽ góp nâng cao năng lực mô hình hóa toán học của học sinh, từ đó, nâng cao chất lượng dạy và học Toán trong nhà trường THPT.

6. Phương pháp nghiên cứu

- + Phương pháp nghiên cứu lí luận: Nghiên cứu các tài liệu, công trình trước đó trong nước và quốc tế liên quan đến đề tài, nhất là về phát triển năng lực học sinh, nghiên cứu về mô hình hóa toán học, ứng dụng mô hình hóa toán học.
- + Phương pháp điều tra: Thực hiện điều tra việc dạy và học toán ở trường phổ thông, trong đó, vận dụng phương pháp phiếu hỏi, tham vấn sâu đối với giáo viên, học sinh về các vấn đề liên quan đến quá trình học và việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh. Từ đó, đánh giá thực trạng việc rèn luyện năng

lực mô hình hóa toán học cho người học và nghiên cứu đề xuất biện pháp can thiệp sư phạm.

- + Phương pháp chuyên gia: Tham vấn chuyên gia thường xuyên là việc làm hết sức quan trọng, giúp tác giả luận án điều chỉnh kịp thời các nội dung của nghiên cứu.

- + Khảo nghiệm và thử nghiệm: Khảo nghiệm để đánh giá tính cần thiết và khả thi của khung năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT, cũng như biện pháp bồi dưỡng năng lực này. Trong khuôn khổ luận án, tác giả sẽ thực hiện thử nghiệm trên nhóm học sinh cụ thể, với cụ thể một biện pháp. Sử lý số liệu sẽ được thực hiện bởi phần mềm SPSS 2.0.

7. Luận điểm khoa học sẽ đưa ra bảo vệ

- + Đánh giá được thực trạng về năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT trong một số nhà trường THPT và việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT.

- + Đề xuất khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT có tính cần thiết và khả thi.

- + Những biện pháp sư phạm cho bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT phù hợp với chương trình, định hướng Giáo dục phổ thông (2018).

8. Dự kiến những đóng góp trong luận án

- *Về mặt lý luận:*

- + Các thành tố của năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT.

- + Những nội dung sẽ bồi dưỡng cho học sinh THPT để nâng cao năng lực mô hình hóa toán học của họ.

- *Về mặt thực tiễn:*

- + Đánh giá được thực trạng mức độ các thành tố của năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT và thực trạng bồi dưỡng năng lực này cho học sinh ở nhà trường THPT.

- + Những biện pháp sư phạm nhằm nâng cao năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT.

- + Sản phẩm của luận án có thể sử dụng trong dạy học môn Toán ở trường THPT.

Chương 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN

1.1. Tổng quan vấn đề nghiên cứu

1.1.1. *Tình hình bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong dạy học Toán trên thế giới*

Toán học luôn có mặt trong cuộc sống xung quanh chúng ta. Các định luật toán học có thể thấy rõ trên toàn thế giới, bao gồm cả trong tự nhiên và các kỹ năng giải quyết vấn đề thu được từ việc hoàn thành bài tập toán học có thể giúp chúng ta giải quyết các vấn đề trong các lĩnh vực khác của cuộc sống. Mặc dù nhiều người có thể phàn nàn rằng, toán học là nhàm chán hoặc phức tạp, nhưng sự thật toán học có vai trò vô cùng quan trọng trong với cuộc sống chúng ta.

Phần tiếp đây, chúng tôi tìm hiểu về vấn đề vận dụng mô hình hóa, cũng như bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT ở một số nước:

- *Bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh tại Phần Lan*

Theo (Cecilia Villabona, 2013) [19] nói rằng, “Chúng tôi tin rằng học sinh cần phát triển sự tự tin và tin cậy vào khả năng làm toán, và đó là giải quyết các vấn đề thực tế, đơn giản mang lại cho họ khả năng tham gia vào các nhiệm vụ trừu tượng và khó khăn hơn”.

Việc giảng dạy toán học hiệu quả đòi hỏi một vai trò tích cực từ học sinh và giáo viên. Mục tiêu của giáo viên là “cung cấp cơ hội cho tất cả học sinh” có kinh nghiệm học tập đa dạng và phong phú. Sự phạm trong giảng dạy Toán học chú trọng đến nhu cầu cá nhân của học sinh. Chương trình giảng dạy môn Toán học tập trung rất nhiều vào vai trò chủ động của học sinh trong việc học Toán (xem Pehkonen & Rossi 2007). Ở Phần Lan “giáo viên hướng dẫn và hoạt động của học sinh trong các hình thức khác nhau và sách giáo khoa toán học có vai trò quan trọng trong việc giảng dạy” (Törnroos 2004) [68].

Đánh giá về toán thường “được thực hiện bởi giáo viên và dựa trên các bài kiểm tra tổng quát” nhưng cũng có một số thực nghiệm định hình và quan sát của giáo viên trong quá trình giảng dạy được sử dụng” (Lampiselkä và cộng sự, 2017) [36]. Vai trò của giáo viên trong việc đánh giá là rất quan trọng ở Phần Lan, bởi vì, học sinh sẽ không được đánh giá bằng các kỳ kiểm tra quốc gia hoặc kiểm tra sau khi hoàn thành trường học toàn diện hoặc trong những năm học. Việc đánh giá cuối cùng diễn ra hai lần một năm sau kỳ học mùa Thu và kỳ học mùa Xuân và sau đó học sinh sẽ có báo cáo của trường học bao gồm các dấu hiệu trong tất cả các môn học của mình.

KOMMS, trung tâm nghiên cứu về mô hình hóa toán học thuộc các dự án STEM (khoa học, công nghệ, kỹ thuật và toán học) trong trường học, được thành lập bởi khoa Toán tại Đại học Kaiserslautern với mục đích củng cố và cải tiến cách dạy về mô hình hóa toán học tại các trường học. Điều này đạt được thông qua việc cung cấp và điều phối các dự án trường học, từ các dự án một ngày đến hàng tuần, cùng với sự hỗ trợ và phát triển của các cá nhân tài năng thông qua chương trình tài trợ. Các dự án trường học và các chương trình hỗ trợ được củng cố bằng cách nghiên cứu phương pháp dạy học, bồi dưỡng giáo viên, đảm bảo lựa chọn các dự án mô hình hóa phù hợp đối với học sinh và tính bền vững của dự án.

- *Bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh tại Australia*

Tại Australia, mô hình hóa trong dạy học toán nói riêng đã được vận dụng mạnh mẽ từ rất sớm. Dẫn theo (Blum, 1993) [15], “có nhiều tài liệu đề cập đến vấn đề này như: tài liệu của Galbraith, P. (Peter) & Carr, Alistair (1987) [31] với các ví dụ chi tiết và đơn vị giảng dạy cho các cấp cơ sở, bao gồm một phạm vi rộng của các đối tượng bên ngoài toán học và nội bộ toán học. Lovitt và Clarke (1988) [25] trong tài liệu của mình đưa ra các ví dụ chi tiết cho các cấp cơ sở, định hướng các hoạt động của học sinh; Hai cuốn sách của Lowe (1988, 1991), với các ví dụ chi tiết cho lớp 7 đến lớp 12, bao gồm một phạm vi rộng của các đối tượng, chủ yếu đề cập đến máy tính như một công cụ. Ở đây có nhiều nỗ lực hướng tới phương thức đánh giá mới cho mô hình định hướng chương trình giảng dạy”.

Ở Queensland, chương trình học (năm 11 và 12) được chia thành ba phần: Toán A, Toán B và Toán C.

Toán A bao gồm nhiều chủ đề thực tế hơn Toán B và C. Có những khái niệm đại số ít hơn trong chủ đề này, Toán A được thiết kế để giúp học sinh phát triển sự đánh giá cao giá trị Toán học cho nhân loại. Học sinh học cách các khái niệm toán học có thể được áp dụng cho nhiều tình huống cuộc sống khác nhau bao gồm các hoạt động kinh doanh và giải trí. Các kỹ năng gặp phải có liên quan đến một loạt các nghề nghiệp (thương mại, kỹ thuật, kinh doanh,...). Đánh giá trong môn học bao gồm cả các bài kiểm tra viết, bài tập và bài tập thực hành. Nó được đánh giá trong các loại: Kiến thức & Hoạt động (KAPS); Mô hình & Giải quyết vấn đề (MAPS); Truyền thông (CAJ). Mặc dù Toán A không phải là một môn học có điều kiện tiên quyết, nhưng nó là đủ cho học sinh tiếp tục học đại học.

Toán B với lý thuyết hơn đáng kể hơn so với Toán A, đòi hỏi kỹ năng đại số nâng cao để thành công. Đây là điều kiện tiên quyết phổ biến cho các khóa học về khoa học và kỹ thuật tại Đại học Queensland. Toán B (trong một số trường) có thể

được nghiên cứu cùng lúc với Toán A hoặc Toán C, nhưng không phải cả hai. Toán B cung cấp cho học sinh một sự hiểu biết về các phương pháp và nguyên tắc của toán học và khả năng áp dụng chúng trong các tình huống hàng ngày và trong các ngữ cảnh toán học; khả năng mô hình các tình huống thực tế và suy ra các đặc tính từ mô hình; và thử nghiệm các giả thuyết toán học; khả năng thể hiện và truyền đạt mọi kết quả thu được; một số kiến thức về lịch sử của toán học; khuyến khích suy nghĩ độc lập và sáng tạo. Các đánh giá tương tự như các môn Toán A, bao gồm cả các bài kiểm tra, bài tập và bài kiểm tra. Nó cũng được đánh giá trong ba loại Kiến thức & Hoạt động (KAP); Mô hình hóa & Giải quyết vấn đề (MAP); Truyền thông (CAJ). Toán B là một điều kiện tiên quyết cho bất kỳ khóa học đại học nào đề cập đến hoặc sử dụng toán học và / hoặc khoa học. Theo Cơ quan Nghiên cứu Queensland, trong năm 2010, 93% học sinh theo học Toán B.

Toán C mở rộng các chủ đề được dạy trong Toán B, và bao gồm các chủ đề thuần toán học bổ sung (bao gồm số phức, ma trận, vector, lý thuyết số). Mặc dù không nhất thiết phải khó khăn hơn, nó phải được nghiên cứu kết hợp với Toán B. Toán C cung cấp cho học sinh một sự hiểu biết về các phương pháp và nguyên tắc toán học và khả năng áp dụng chúng trong các tình huống hàng ngày và trong hoàn cảnh toán học; khả năng mô hình các tình huống thực tế và suy ra các đặc tính từ mô hình; một sở thích và khả năng trong khung và thử nghiệm các giả thuyết toán học; khả năng thể hiện và truyền đạt mọi kết quả thu được; một số kiến thức về lịch sử của toán học; khuyến khích suy nghĩ độc lập và sáng tạo. Đánh giá cũng giống như hai khóa học trên, các bài kiểm tra viết, tổng kết và bài tập thực hành. Học sinh được thẩm định trong các lĩnh vực Kiến thức & Hoạt động (KAPS); Mô hình & Giải quyết vấn đề (MAPS); Truyền thông (CAJ). Toán C có thể là điều kiện tiên quyết cho các khóa học đại học với cơ sở toán học / khoa học chuyên sâu. Một số kỹ năng học được trong Toán C sẽ được tìm thấy ở cấp độ kinh doanh và kinh tế.

- *Bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh tại Hà Lan*

Tại Hà Lan, phương pháp dạy học mô hình hóa được sử dụng như là một cách học tích cực, giúp học sinh và giáo viên tham gia vào quá trình này tích cực, hứng thú. Có thể kể đến Viện Freudenthal (trước năm 1991 gọi là OW& OC) tại Đại học Utrecht đã phát triển rất nhiều tài liệu, bao gồm sách giáo khoa, cho tất cả các lớp trong trường học: tiểu học (dự án Wiskobas bởi Treffers và cộng sự), phổ thông (dự án Hewet bởi de Lange và cộng sự), và gần đây nó được vận dụng trong hầu hết các cấp học. Nhiều tài liệu cũng đã được xuất bản bằng tiếng Anh, đặc biệt là trong kết nối với các dự án Madison (de Lange, 1992). Tất cả tài liệu được thiết kế theo chủ đề toán học, và các ví dụ mô hình này nhằm hỗ trợ việc học toán học.

Dẫn theo nghiên cứu của Heuvel-Panhuizen (2001a, 2001b) [52], [54], sự phát triển của những gì bây giờ được gọi là ‘Realistic Mathematics Education’ (RME) bắt đầu khoảng năm 1970. Các nền tảng được đặt bởi Freudenthal và các đồng nghiệp của mình tại IOWO cũ, người tiền nhiệm lâu đời nhất của Viện Freudenthal. Sự thúc đẩy thực sự cho phong trào cải cách khởi đầu vào năm 1968, của dự án Wiskobas, được khởi xướng bởi Wijdeveld và Goffree. Hình thức RME hiện tại chủ yếu được xác định bởi quan điểm của Freudenthal (1977) [29] về toán học. Ông cảm thấy toán học phải được kết nối với thực tế, ở gần kinh nghiệm của học sinh và có liên quan đến xã hội, để có giá trị của con người. Thay vì nhìn thấy toán học như một chủ đề được truyền đi, Freudenthal nhấn mạnh ý tưởng toán học như một hoạt động của con người. Các bài học toán học sẽ cung cấp cho học sinh cơ hội được hướng dẫn để tái phát minh toán học bằng cách thực hiện nó. Điều này có nghĩa là trong giáo dục toán học, ban đầu không nên xuất phát từ toán học như một hệ thống khép kín mà từ hoạt động, trong quá trình toán học (Freudenthal, 1968) [28]. Sau này, Treffers (1978, 1987) [43], [44] đã xây dựng một cách rõ ràng ý tưởng về hai loại toán học trong bối cảnh giáo dục; ông phân biệt toán học "theo chiều ngang" và "theo chiều dọc". Nói chung, hai loại này có thể được hiểu như sau. Trong toán học theo chiều ngang, các học sinh đến với các công cụ toán học có thể giúp tổ chức và giải quyết một vấn đề đặt trong một tình huống thực tế. Toán học theo chiều dọc là quá trình tổ chức lại trong chính hệ thống toán học. Do đó, toán học theo chiều ngang liên quan đến việc đi từ thế giới của cuộc sống vào thế giới của các biểu tượng, trong khi toán học theo chiều dọc có nghĩa là di chuyển trong thế giới của các biểu tượng (dựa theo Freudenthal, 1991 [30]). Freudenthal nói rằng, điều đó không có nghĩa là sự khác biệt giữa hai thế giới này là rõ ràng. Ông cũng nhấn mạnh rằng hai hình thức toán học này có giá trị như nhau. Hơn nữa, người ta phải ghi nhớ rằng toán học có thể xảy ra ở các mức độ hiểu biết khác nhau.

Mặc dù tuyên bố rõ ràng về toán học theo chiều ngang và theo chiều dọc, RME được biết đến như là “giáo dục toán học thế giới thực”. Điều này đặc biệt đúng ở bên ngoài Hà Lan, nhưng cách giải thích tương tự cũng có thể tìm thấy ở Hà Lan. Nó phải được thừa nhận rằng cái tên “Giáo dục Toán học dựa trên Thực tế” có phần khó hiểu về mặt này. Tuy nhiên, lý do tại sao cải cách giáo dục toán học của Hà Lan được gọi là ‘thực tế’ không chỉ vì kết nối của nó với thế giới thực, mà còn liên quan đến sự nhấn mạnh mà RME đưa ra.

Vai trò xác định của sách giáo khoa Toán tại Hà Lan.

Trong thực tế, nhiều phong trào cải cách nhằm mục đích loại bỏ sách giáo khoa. Tuy nhiên, ở Hà Lan, ngược lại. Ở đây, sự cải thiện của giáo dục toán học phụ thuộc phần lớn vào sách giáo khoa mới. Chúng đóng một vai trò quyết định trong giáo dục toán học. Trên thực tế, sách giáo khoa là những công cụ quan trọng nhất hướng dẫn việc giảng dạy của giáo viên. Điều này đúng với cả nội dung và phương pháp giảng dạy, mặc dù liên quan đến nội dung và phương pháp giảng dạy, nhưng hướng dẫn được cung cấp là không đủ để tiếp cận tất cả giáo viên. Nhiều nghiên cứu cho thấy chỉ ra rằng việc thực hiện RME trong thực hành lớp học vẫn chưa tối ưu (Van den Heuvel-Panhuizen và Vermeer, 1999). Tuy nhiên, vai trò xác định của sách giáo khoa không có nghĩa là giáo viên Hà Lan phải theo khuôn mẫu sách giáo khoa của họ. Như đã nêu, giáo viên Hà Lan khá tự do trong việc giảng dạy của họ và các trường học có thể quyết định chuỗi sách giáo khoa nào họ sử dụng.

- *Bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh tại Vương quốc Anh*

Tại Vương quốc Anh, dạy-học gắn với mô hình phát triển mạnh mẽ, nhiều trung tâm về giáo dục và một số trường đại học tại quốc gia này vận động thúc đẩy quá trình đổi mới trong giảng dạy Toán học. Có thể kể đến Trung tâm Shell cho Giáo dục Toán học tại Đại học Nottingham, Trung tâm Đổi mới trong giảng dạy Toán học tại Đại học Exeter. Cả Shell và Trung tâm đổi mới trong giảng dạy Toán học đã viết và xuất bản nhiều tài liệu hỗ trợ cho dạy-học theo phương pháp mô hình hóa, tài liệu cho cả các cấp thấp hơn trung học và có cấu trúc theo vấn đề và không riêng chỉ Toán học. Những tài liệu này nhằm mục đích kích thích hoạt động học tập của học sinh, phát triển các chương trình dạy học hiện đại. Nhóm Spode (1992), đề xuất với các ví dụ cụ thể mô hình hóa để sử dụng trực tiếp trong lớp học và cho cả cấp đại học.

Xem xét Sách Toán lớp 10, do nhóm tác giả Luke Kannemeyer; Alison Jenkin; Marina van Zyl; Dr Carl Scheffler và cộng sự (2012-2014) [44]. Nội dung của các chương cụ thể như sau:

Chương 1. Biểu thức đại số. Tại chương này, nội dung tập trung vào giới thiệu hệ thống số. Mô hình hóa toán học được các tác giả sử dụng mạnh mẽ, như một giải pháp cho dẫn dắt vấn đề, thể hiện các nội dung tri thức toán học.

1.1 Introduction EMA2

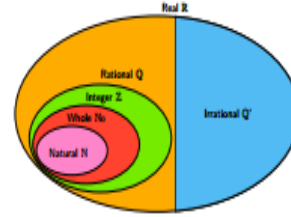
Over human history, all peoples and cultures have contributed to the field of Mathematics. Topics like algebra may seem obvious now, but for many centuries mathematicians had to make do without it. Over the next three grades, you will explore more advanced and abstract mathematics. It may not be obvious how this applies to everyday life, but the truth is, mathematics is required for nearly everything you will do one day. Enjoy your mathematical journey. Remember, there is no such thing as a "maths person" or "not a maths person". We can all do mathematics, it just takes practice.



Figure 1.1: Some examples of early tally sticks. These were used to help people count things such as the number of days between events or the number of livestock they had.

In this chapter, we will begin by revising the real number system and then learn about estimating surds and rounding real numbers. We will also be expanding on prior knowledge of factorisation and delve into more complex calculations involving binomial and trinomial expressions.

1.2 The real number system EMA3



We use the following definitions:

- N : natural numbers are $\{1; 2; 3; \dots\}$
- N_0 : whole numbers are $\{0; 1; 2; 3; \dots\}$
- Z : integers are $\{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$

Hình 1.1. Mô tả về tập số

Chương 2: Số mũ. Nhóm tác giả sử dụng mô hình hóa toán học trong các vấn đề ngoài cuộc sống, như Về kính viễn vọng... Ký hiệu số mũ là một cách viết ngắn gọn cùng một số nhân với chính nó nhiều lần. Điều này rất hữu ích trong cuộc sống hàng ngày. Bạn có thể đã nghe ai đó mô tả kích thước của một khu vực bằng mét vuông hoặc kilômét vuông. Ví dụ, kính viễn vọng vô tuyến lớn nhất thế giới đang được xây dựng ở Nam Phi.

Exponential notation is a short way of writing the same number multiplied by itself many times. This is very useful in everyday life. You may have heard someone describe the size of an area in square metres or square kilometres. For example, the largest radio telescope in the world is being built in South Africa. The telescope is called the square kilometre array, or SKA. This is because the telescope will occupy an area of 1 kilometre by 1 kilometre or 1 kilometre squared.

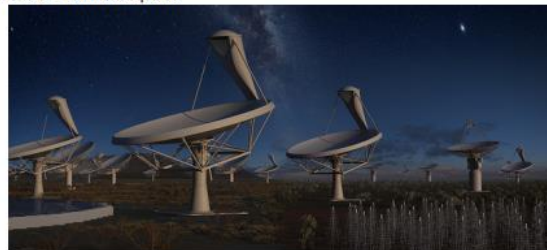


Figure 2.1: Antennas from the Square Kilometre Array (artist's concept).

Exponents are also very useful to describe very large and very small numbers. For example, the SKA will be detecting incredibly weak signals from objects which are so far away that to write out the strength of the signal or the number of kilometres away in full would be impractical. Outside of astronomy, exponents are used by many other professions such as computer programmers, engineers, economists, financial analysts, biologists and demographers.

Hình 1.2. Mô tả mô hình kính viễn vọng

Số mũ cũng rất hữu ích để mô tả số lượng rất lớn và rất nhỏ. Ví dụ, kính viễn vọng sẽ phát hiện các tín hiệu cực kỳ yếu từ các đối tượng ở xa đến mức để ghi ra cường độ của tín hiệu hoặc số kilomet đi đầy đủ sẽ là không thực tế. Bên ngoài thiên văn học, số mũ được sử dụng bởi nhiều ngành nghề khác như lập trình viên máy tính, kỹ sư, nhà kinh tế, nhà phân tích tài chính, nhà sinh vật học và nhân khẩu học.

Chương 5. Lượng giác. Các tác giả làm rõ hơn về mối quan hệ giữa các góc và các cạnh của một tam giác. Chúng ta sẽ tìm hiểu về tỷ lệ lượng giác trong tam giác vuông.



Hình 1.3. Mô hình vệ tinh bay trong không gian

Có rất nhiều ứng dụng về lượng giác. Chẳng hạn, giá trị cụ thể là “kỹ thuật lượng giác, được sử dụng trong thiên văn học để đo khoảng cách đến các ngôi sao gần đó, theo địa lý để đo khoảng cách giữa các mốc và trong các hệ thống định vị vệ tinh. GPS (hệ thống định vị toàn cầu) sẽ không thể thực hiện nếu không có lượng giác. Các lĩnh vực khác sử dụng lượng giác bao gồm âm học, quang học, phân tích thị trường tài chính, điện tử, lý thuyết xác suất, thống kê, sinh học, hình ảnh y khoa (quét CAT và siêu âm), hóa học, mật mã, khí tượng học, hải dương học, khảo sát đất đai, kiến trúc, ngữ âm học, kỹ thuật, đồ họa máy tính và phát triển trò chơi. Để giúp học sinh hiểu hơn về lượng giác, các tác giả đã cố gắng lồng ghép các ví dụ minh họa của mô hình hóa toán học từ các ứng dụng thực tiễn trong cuộc sống”.

Mô tả của một nghệ sĩ về vệ tinh GPS quay quanh Trái đất. Có ít nhất 24 vệ tinh GPS hoạt động cùng một lúc. GPS sử dụng một ứng dụng của lượng giác, để xác định vị trí. Độ chính xác của GPS là trong vòng 15 mét.

Qua một số tài liệu về dạy học toán tại Anh, tác giả luận án thấy rằng, “việc sử dụng mô hình hóa toán học trong chương trình giảng dạy là nhiều, thường xuyên sử dụng mô hình hóa toán học cho dẫn dắt, đặt vấn đề. Nội dung toán học cũng luôn tìm cách để học sinh tiếp cận nghiên cứu các ứng dụng trong cuộc sống thông qua mô hình hóa toán học”.

- *Bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh tại Mỹ*

Nền giáo dục Mỹ được coi là một trong những nền giáo dục phát triển và hiện đại nhất thế giới. Theo (Burris, 2004) [18] tại Mỹ, không có chương trình khung cấp quốc gia mà chỉ có chương trình khung của từng tiểu bang. Tuy nhiên, các chương trình tiểu bang này phải được xây dựng trên những chuẩn mực do NCTM - Hội đồng quốc gia các giáo viên Toán - quy định.

Hình thức dạy học thông qua mô hình hóa đã được biết đến từ rất lâu và ngày càng trở nên quen thuộc với nhiều đối tượng. Hai bộ sách với nhiều ví dụ về mô hình từ tuyển tập Toán học và ứng dụng của nó (Garfunkel, Aragon, Malkevitch et al) là HIMAP Modules (1985-1992) [34] cho cấp trung học và các Modules UMAP (1981-1992) [50] cho mức độ đại học và phổ thông. Cuốn sách của Garfunkel và Steen (1991) [32], giới thiệu về “ứng dụng toán học gần đây trong thực tế, đặc biệt là trong kết nối với máy tính, phù hợp cho cấp trung học và đại học, ngoài ra còn có một số chủ đề toán học mới mẻ khác bên ngoài”. Một loạt các sách giáo khoa định hướng ứng dụng (1989-1992) của Trường Đại học Chicago, dự án về học Toán (theo Usiskin, Bell et al), bao gồm số học, đại số, hình học, thống kê, toán rời rạc. Hay về toán học đại học (1988), được phát triển bởi các trường học Khoa học và Toán học Bắc Carolina, và nhiều tài liệu khác với các ví dụ mô hình hóa cho cấp trung học, hướng tới các hoạt động của học sinh.

Cụ thể, xem xét Giáo trình toán lớp 10, do nhóm tác giả Rory Adams, Sarah Blyth, Mark Horner, Heather Williams (2011) [62] tại Đại học Rice, Houston, Texas. Trong giáo trình này, tại Chương 9. Phương trình và Bất đẳng thức, các tác giả đã đề cập đến “áp dụng mô hình hóa toán học thông qua một loạt các ví dụ và bài tập liên quan đến mô hình toán học”.

- *Bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh tại Pháp*

Dẫn theo nghiên cứu của Nguyen Thi Nga (2012) [54], “tương tự như nhiều nước khác, thể chế Pháp mong muốn đưa mô hình hóa vào dạy học toán và các môn học khác. Trong luật về định hướng và chương trình cho tương lai của trường học (23/05/2005), liên quan đến phạm vi văn hóa khoa học và công nghệ, việc thực hành một phương pháp tiếp cận khoa học được yêu cầu như một năng lực của học sinh. Phương pháp đó được mô tả như sau: Biết quan sát, đặt câu hỏi, trình bày một giả thuyết và hợp thức hóa nó, tranh luận, mô hình hóa theo cách cơ bản; Hiểu sự liên hệ giữa các hiện tượng tự nhiên và ngôn ngữ toán học được áp dụng ở đó và hỗ trợ mô tả các hiện tượng này”.

9.7.3 Application of Mathematical Modelling

Exercise 9.17: Mathematical Modelling: Two variables (Solution on p. 110.)
Three rulers and two pens have a total cost of R 21,00. One ruler and one pen have a total cost of R 8,00. How much does a ruler cost on its own and how much does a pen cost on its own?

Exercise 9.18: Mathematical Modelling: One variable (Solution on p. 110.)
A fruit shake costs R2,00 more than a chocolate milkshake. If three fruit shakes and 5 chocolate milkshakes cost R 78,00, determine the individual prices.

9.7.3.1 Mathematical Models

1. Stephen has 1 l of a mixture containing 69% of salt. How much water must Stephen add to make the mixture 50% salt? Write your answer as a fraction of a litre. Click here for the solution⁶⁶
2. The diagonal of a rectangle is 25 cm more than its width. The length of the rectangle is 17 cm more than its width. What are the dimensions of the rectangle? Click here for the solution⁶⁷
3. The sum of 27 and 12 is 73 more than an unknown number. Find the unknown number. Click here for the solution⁶⁸
4. The two smaller angles in a right-angled triangle are in the ratio of 1:2. What are the sizes of the two angles? Click here for the solution⁶⁹
5. George owns a bakery that specialises in wedding cakes. For each wedding cake, it costs George R150 for ingredients, R50 for overhead, and R5 for advertising. George's wedding cakes cost R400 each. As a percentage of George's costs, how much profit does he make for each cake sold? Click here for the solution⁷⁰
6. If 4 times a number is increased by 7, the result is 15 less than the square of the number. Find the numbers that satisfy this statement, by formulating an equation and then solving it. Click here for the solution⁷¹
7. The length of a rectangle is 2 cm more than the width of the rectangle. The perimeter of the rectangle is 20 cm. Find the length and the width of the rectangle. Click here for the solution⁷²

Tài liệu kèm theo chương trình lớp Terminale S, ES (tương đương lớp 12 của Việt Nam) đã đưa vào tường minh những chỉ dẫn về việc giảng dạy mô hình hóa ở trung học phổ thông: “Ở cấp độ trung học phổ thông, chúng ta hướng dẫn bước đầu cho học sinh việc mô hình hóa nhờ vào một số tình huống thực tế mà chúng ta cố ý làm đơn giản hóa đến mức tối đa, và vì vậy, đối với chúng, mô hình thô đã được thiết lập trở nên tường minh sáng sủa hoặc cho phép đưa ra một dự đoán: khó khăn lúc đó là việc giữ lại nghĩa và sự nhất quán cho vấn đề được đơn giản hóa”.

Như vậy, có thể nói rằng, “mô hình hóa toán học đã được đưa vào dạy học từ sớm ở các nước có nền giáo dục phát triển, quá trình bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh đã được thực hiện từ tiểu học. Do vậy, hầu hết các nghiên cứu cho lứa tuổi trung học phổ thông là không quan tâm nhiều tới bồi dưỡng năng lực mô hình hóa cho học sinh”.

1.1.2. Tình hình bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học trong dạy học Toán ở Việt Nam

Trong các năm gần đây, giáo dục phổ thông chú trọng hơn tới việc giúp học sinh biết vận dụng toán học vào giải quyết các tình huống thực tiễn. Cụ thể, đã có những thay đổi trong chương trình và sách giáo khoa Toán của Việt Nam.

Chẳng hạn, đối với Toán Lớp 9 (sách giáo viên) nêu rõ: “Quan điểm tăng tính thực tiễn, tính sư phạm được thể hiện rõ nét trong chương trình 2002, tạo điều kiện để học sinh được tăng cường luyện tập, thực hành, rèn luyện kỹ năng tính toán và vận dụng kiến thức toán học vào đời sống và vào các môn học khác”.

Tương tự, chương trình môn Toán ở trung học phổ thông cũng nhấn mạnh quan điểm này, “Chương trình được xây dựng và phát triển theo các quan điểm sau: Lựa chọn các kiến thức toán học cơ bản, cập nhật, thiết thực, có hệ thống, theo hướng tinh giản, phù hợp với trình độ nhận thức của học sinh, thể hiện tính liên môn và tích hợp các nội dung giáo dục, thể hiện vai trò công cụ của môn toán; Tăng cường thực hành và vận dụng, thực hiện dạy học toán gắn liền với thực tiễn. Mục tiêu đầu tiên của chương trình cần đạt được là ý nghĩa, ứng dụng của các kiến thức toán học vào đời sống, vào việc phục vụ các môn học khác”.

• Một số nghiên cứu về bồi dưỡng năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh

Tác giả (Phan Anh, 2012) [1] “Góp phần phát triển năng lực toán học hóa tình huống thực tiễn cho học sinh Trung học phổ thông qua dạy học Đại số và Giải tích” trong nghiên cứu này, tác giả nghiên cứu xác định những thành tố đặc trưng của năng lực toán học hóa tình huống thực tiễn với đối tượng là học sinh Trung học phổ thông; trên cơ sở đó, đề xuất biện pháp và cách thức thực hiện để nâng cao năng lực này ở người học qua dạy học Đại số và Giải tích.

Tác giả Bùi Huy Ngọc (2003) [7], với nghiên cứu “Tăng cường khai thác nội dung thực tế trong dạy học số học và đại số nhằm nâng cao năng lực vận dụng Toán học vào thực tiễn cho học sinh Trung học cơ sở”.

Tác giả Huỳnh Hữu Hiền (2016) [4] với nghiên cứu “Năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh lớp 10 trong học theo bối cảnh”, nghiên cứu này, tác giả tìm hiểu quy trình “mô hình hoá toán học”; tìm hiểu năng lực mô hình hoá của học sinh; xem xét năng lực mô hình hoá toán học của nhóm học sinh lớp 10 khi học theo bối cảnh; tìm hiểu một số thuận lợi và khó khăn của học sinh khi học theo bối cảnh; xem xét thái độ của học sinh trong khi tiến hành hoạt động mô hình hóa Toán học trong môi trường học theo bối cảnh.

Tác giả Hà Xuân Thành (2017) [11] nghiên cứu “Dạy học toán ở trường THPT theo hướng phát triển năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn thông qua việc khai thác và sử dụng các tình huống thực tiễn”, trong nghiên cứu này, tác giả hướng đến giải quyết 5 vấn đề: “(1) Sự tồn tại, ý nghĩa và biểu hiện cụ thể của mạch ứng dụng toán học trong Chương trình môn Toán giáo dục phổ thông và mối liên quan tới mục đích ứng dụng, dạy phát triển năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn của Toán học nhà trường; (2) Các quan niệm về năng lực, năng lực giải quyết vấn đề, năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn; (3) Vai trò, ý nghĩa của bài toán có tình huống thực tiễn trong dạy học góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn cho học sinh; (4) Thực trạng của việc khai thác các bài toán có tình huống thực tiễn và việc sử dụng bài toán có tình huống thực tiễn trong dạy học môn Toán ở trường THPT Việt Nam theo định hướng phát triển năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn; (5) Cách thức khai thác và sử dụng bài toán có tình huống thực tiễn trong dạy học môn Toán THPT để phát triển năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn cho học sinh”.

Như đã phân tích trên, tác giả luận án cho rằng, việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT hiện nay là rất cần thiết. Để thực hiện được điều này, nghiên cứu sẽ tập trung giải quyết các nhiệm vụ:

Đưa ra quan điểm cá nhân về các khái niệm liên quan; đưa ra bức tranh mô tả thực trạng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT (trong phạm vi các trường THPT nghiên cứu); thực trạng quá trình bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT. Nghiên cứu các thành tố năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT, từ đó, nghiên cứu và đề xuất biện pháp sư phạm khả thi hướng đến nâng cao năng lực mô hình hóa toán học của học sinh nói riêng và nâng cao sự tiến bộ của học sinh nói chung.

Như vậy, thông qua nghiên cứu tài liệu trong nước, tôi nhận thấy rằng, “các nghiên cứu liên quan đến mô hình toán học, toán học hóa vấn đề thực tiễn, ... cũng đã đề cập đến vấn đề phát triển năng lực của học sinh; các nghiên cứu trước đây với mẫu nghiên cứu chưa đủ lớn để đưa ra khẳng định về năng lực mô hình hóa toán học của học sinh; thiếu một đánh giá chi tiết về các thành tố năng lực mô hình hóa toán học, thiếu đánh giá trên diện rộng về thực trạng năng lực mô hình hóa toán học. Tuy vậy, các nghiên cứu mới chỉ tập trung giúp học sinh nâng cao năng lực giải quyết vấn đề”.

Do đó, vẫn cần thiết có một nghiên cứu cụ thể, chuyên sâu về bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT, trong đó, xây dựng được khung năng lực của học sinh cho mô hình hóa toán học, đề xuất biện pháp khả thi cho bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học ở học sinh THPT.

1.2. Các khái niệm cơ bản

1.2.1. Năng lực

Quan niệm về năng lực hiện nay trên thế giới và Việt Nam cũng có nhiều cách hiểu khác nhau. Sau đây, tác giả xem xét một số cách quan niệm về năng lực được vận dụng nhiều:

Tác giả Bernd Meier - Nguyễn Văn Cường [2] cho rằng: “Năng lực là khả năng thực hiện có trách nhiệm và hiệu quả các hành động, giải quyết các nhiệm vụ, vấn đề trong những tình huống khác nhau thuộc các lĩnh vực nghề nghiệp, xã hội hay cá nhân trên cơ sở hiểu biết, kỹ năng, kỹ xảo và kinh nghiệm cũng như sự sẵn sàng hành động”. Theo quan niệm này, ta thấy rằng, “năng lực là khả năng kết hợp của các yếu tố tri thức, kỹ năng, kỹ xảo, kinh nghiệm, thái độ tích cực, tinh thần trách nhiệm để thực hiện hoàn thành các nhiệm vụ, vấn đề trong các tình huống thuộc các lĩnh vực nghề nghiệp, xã hội và cá nhân”.

Theo (OECD, 2002) [60] cho rằng, “năng lực là khả năng cá nhân đáp ứng yêu cầu phức hợp và thực hiện thành công nhiệm vụ trong bối cảnh cụ thể”. Khái niệm này hiện nay được sử dụng cho đánh giá năng lực học sinh của nhiều quốc gia (khoảng 70 quốc gia), trong đó có Việt Nam.

Từ những nghiên cứu về năng lực, tác giả luận án quan niệm năng lực của học sinh trong học tập như sau: “Năng lực của học sinh trong học tập là khả năng huy động kiến thức, kỹ năng, kinh nghiệm và các phẩm chất cá nhân khác như ý chí, niềm tin... của học sinh đáp ứng các yêu cầu phức hợp và thực hiện thành công các nhiệm vụ trong hoạt động học tập toán”.

Như vậy, năng lực có các đặc điểm sau: “(1) Năng lực là khả năng của mỗi học sinh, nên đặc thù tâm lí, sinh lí, yếu tố bẩm sinh của mỗi học sinh và yếu tố xã hội sẽ ảnh hưởng đến năng lực của học sinh. Năng lực của mỗi học sinh được hình thành và phát triển sẽ có sự khác biệt nhất định và phụ thuộc vào chương trình, phương pháp, hình thức dạy học...; (2) Năng lực gắn liền với hoạt động cụ thể. Ví dụ trong lĩnh vực học tập năng lực của học sinh được thể hiện thông qua việc vận dụng kiến thức, kĩ năng, kinh nghiệm, thái độ để giải quyết các nhiệm vụ. Năng lực của mỗi học sinh được bộc lộ thông qua các hoạt động nên để chứng minh năng lực của một học sinh trong một lĩnh vực nào đó phải xem xét các hoạt động của học sinh trong lĩnh vực đó”.

Như vậy, tác giả luận án cho rằng, “năng lực là tổ hợp các kĩ năng của mỗi người để đảm bảo thực hiện được một dạng hoạt động nào đó”.

1.2.2. Năng lực toán học

Có nhiều quan niệm về “năng lực toán học” đã được các nhà giáo dục quốc tế và trong nước vận dụng, tuy nhiên, để tìm đưa ra một quan niệm chung thì chưa có. Do vậy, trong nghiên cứu này, tác giả luận án cũng sẽ điếm qua các quan niệm và xem xét để đưa ra và sử dụng một quan niệm chung cho toàn bộ nghiên cứu của mình. Trao đổi với TS. Trần Luận, ông cho rằng, cấu trúc năng lực và khái niệm năng lực toán học nên giải thích trên hai phương diện: “(1) Nó như là năng lực sáng tạo (khoa học) - năng lực hoạt động khoa học toán học mà hoạt động này tạo ra được những kết quả, thành tựu mới có ý nghĩa khách quan đối với loài người, sản phẩm quý giá trong quan hệ xã hội; (2) Nó như là năng lực học tập - năng lực nghiên cứu (học tập, lĩnh hội) toán học (trong trường hợp này là giáo trình toán phổ thông), lĩnh hội nhanh chóng và có kết quả cao các kiến thức, kỹ năng tương ứng”.

Theo Niss (2004) [51], “năng lực toán học có nghĩa là khả năng hiểu toán, phán đoán, làm và sử dụng toán học trong một loạt các bối cảnh và tình huống trong và ngoài môn Toán, trong đó, kiến thức toán học đóng một vai trò quan trọng...” Kết quả nghiên cứu của Tanner và Jones (1995) đã chỉ ra rằng, “không phải lúc nào hiểu biết hiện thời học sinh cũng có thể cho phép các em tiến hành hoạt động mô hình hóa toán học thành công. Lúc đó, các em phải lựa chọn kiến thức cần thiết và theo dõi quá trình mô hình hóa mà bản thân đang được thực hiện”.

Từ những nghiên cứu về năng lực toán học, có thể thấy: “Năng lực toán học là những đặc điểm tâm lí về hoạt động trí tuệ của học sinh, giúp họ nắm vững và vận dụng tương đối nhanh, dễ dàng, sâu sắc, những kiến thức, kĩ năng, kĩ xảo trong môn Toán; Năng lực Toán học được hình thành, phát triển, thể hiện thông qua (và

gắn liền với) các hoạt động của học sinh nhằm giải quyết những nhiệm vụ học tập trong môn Toán: xây dựng và vận dụng khái niệm, chứng minh và vận dụng định lý, giải bài toán,...

Từ các quan điểm và phân tích trên, tác giả luận án đồng quan điểm cho rằng, “năng lực toán học là tổ hợp các kỹ năng của một cá nhân đảm bảo thực hiện các hoạt động toán học”.

1.2.3. Mô hình

Như một nguyên tắc cơ bản, theo chúng tôi: Một mô hình là một phiên bản đơn giản hóa của một cái gì đó có thật (hoặc giả thực tiễn). Các đặc điểm của mô hình có thể thay đổi tùy theo cách sử dụng. Họ có thể khác nhau về mức độ hình thức, nhân chứng, sự phong phú về chi tiết và mức độ phù hợp. Các đặc tính phụ thuộc vào chức năng cơ bản của mô hình và mục tiêu mô hình.

Trong các mô hình xây dựng, mọi thứ bắt đầu với đối tượng trong thế giới thực mà chúng ta đang xem xét. Trong một mô hình các đối tượng trong thế giới thực được thay thế bằng các đối tượng khác, đơn giản hơn, thường mang cùng tên. Kiến thức chúng ta có về thế giới thực được cấu trúc bởi mô hình, và mọi thứ được giảm xuống thành những hiện tượng và khía cạnh được coi là quan trọng. Tất nhiên, một mô hình chỉ có thể mô tả một phần của hiện tượng trong thế giới thực, và do đó tính hữu dụng của nó bị giới hạn trong phạm vi ứng dụng của nó.

1.2.4. Mô hình toán học

Các mô hình quan tâm đối với chúng tôi là các mô hình toán học.

Theo (Lehrer và Schäuble, 2007; Lesh, Doerr, 2003) [40], [41],[42] “mô hình toán học tập trung vào đặc điểm cấu trúc và nguyên tắc chức năng của các đối tượng hoặc các tình huống trong cuộc sống”. Trong hệ thống phân cấp của Lehrer và Schäuble, mô hình toán học không bao gồm tất cả các tính năng của các tình huống thực tế trong cuộc sống. Ngoài ra, các mô hình toán học bao gồm một loạt các đối tượng đại diện, hoạt động và các mối quan hệ, chứ không phải chỉ là một, để giúp mô tả ý tưởng của tình huống trong bối cảnh thực.

Dựa theo (Maria L. Hernández, Rachel Levy, Mathew D. Felton-Koestler, and Rose Mary Zbiek, 2016) [49] cho rằng, “mô hình toán học có sử dụng phương pháp toán học để chuyển đổi và đưa ra quyết định”. Như vậy, “mô hình toán học có thể được sử dụng để thúc đẩy nhu cầu ngoại khóa và có thể làm nổi bật tầm quan trọng và tính phù hợp của toán học trong việc trả lời những câu hỏi quan trọng. Nó cũng có thể giúp học sinh đạt được các kỹ năng chuyển đổi ngôn ngữ”. Mặc dù giáo viên nhận ra giá trị của việc học sinh của mình tham gia trong mô hình toán học, rất

ít người có cơ hội để trải nghiệm mô hình, và nhiều giáo viên cảm thấy không chắc chắn về cách dạy nó.

Dẫn theo (Maria L. Hernández, Rachel Levy, Mathew D. Felton-Koestler, and Rose Mary Zbiek, 2016) [49], mô hình toán học đã được định nghĩa theo nhiều cách khác nhau. Các tác giả của báo cáo GAIMME định nghĩa nó là “một quá trình có sử dụng toán học để biểu diễn, phân tích, đưa ra dự đoán hoặc cung cấp cái nhìn sâu sắc vào các hiện tượng thực tế” (GAIMME 2016). Đặc biệt quan trọng là sự nhấn mạnh vào “mô hình như một quá trình, lặp đi lặp lại và liên quan đến sửa đổi thường xuyên. Hơn nữa, mô hình liên quan đến, các vấn đề chưa chính xác hoá, còn bỏ ngỏ, đòi hỏi học sinh phải có những lựa chọn về cách tiếp cận các vấn đề toán học, những gì giả định để thực hiện, và làm thế nào để xác định hiệu quả của cách tiếp cận”.

Trong nghiên cứu của (Niss, M. & Hojgaard Jensen, T, 2007) [56] nói rằng, “mô hình toán học là một hoạt động liên ngành phức tạp, được kết nối với việc học tập toán học”; Ang Keng Cheng (2001) đưa ra quan điểm gắn kết mô hình toán học với các vấn đề thế giới thực. Ông cho rằng, “mô hình toán học là một quá trình của đại diện các vấn đề thế giới thực về mặt toán học trong một nỗ lực để tìm giải pháp hướng tới giải quyết các vấn đề. Một mô hình toán học có thể được coi là một đơn giản hóa hoặc trừu tượng của một vấn đề thế giới thực (phức tạp) hay hình thành một hình thức toán học, từ đó, chuyển đổi các vấn đề thế giới thực vào một vấn đề toán học. Các vấn đề toán học sau đó có thể được giải quyết bằng cách sử dụng bất cứ kỹ thuật, giải pháp toán học đã có. Sau đó giải pháp này được giải thích và chuyển đổi sang thực tế”. Lesh và Doerr [41], mô tả mô hình toán học là một quá trình trong đó các hệ thống khái niệm và mô hình hiện có được sử dụng để tạo ra và phát triển các mô hình mới trong bối cảnh mới.

Tương tự như vậy, (Gravemeijer 2002) [48] cho rằng, “mô hình toán học không giới hạn để bày tỏ tình huống thực tế trong ngôn ngữ toán học bằng cách sử dụng mô hình định trước”.

Như chúng ta đã thấy, các mô hình toán học đã được sử dụng từ lâu và nhiều vấn đề đã được hình thành về mặt toán học từ hàng trăm năm.

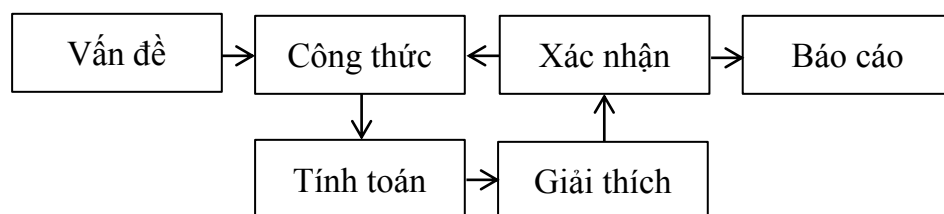
Từ các quan điểm nghiên cứu đã trình bày, tác giả quan niệm trong nghiên cứu: “mô hình toán học bao gồm các đối tượng và mối liên hệ của chúng thông qua ngôn ngữ toán học. Tuy nhiên, trong khuôn khổ luận án, tác giả chủ yếu xem xét, đối tượng trong thế giới thực được biểu diễn bằng các đối tượng toán học, bằng

ngôn ngữ toán học, qua đó, chúng có thể được phân tích một cách chính xác bằng lý thuyết và thuật toán toán học”.

1.2.5. Mô hình hóa toán học

Mô hình hóa trong dạy học Toán là quá trình có sử dụng công cụ toán học để phân tích các tình huống, hiểu chúng tốt hơn và để cải thiện các quyết định. Trong các lớp tại nhà trường THPT, điều này có thể đơn giản bằng cách viết phương trình để mô tả một tình huống. Học sinh có thể áp dụng lập luận theo tỷ lệ để lên kế hoạch một sự kiện trường học hoặc phân tích một vấn đề trong cộng đồng. Bởi trường trung học, một học sinh có thể sử dụng hình học để giải quyết vấn đề thiết kế hoặc sử dụng một hàm để mô tả một số lượng lợi ích phụ thuộc vào nhau như thế nào. Theo (Nguyễn Danh Nam, 2015) [6] cho rằng, “mô hình hóa toán học là quá trình giúp học sinh tìm hiểu, khám phá các tình huống nảy sinh từ thực tiễn bằng công cụ và ngôn ngữ Toán học với sự hỗ trợ của công nghệ thông tin. Quá trình này đòi hỏi học sinh cần có các kỹ năng và thao tác tư duy toán học như phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa, trừu tượng hóa. Ở trường phổ thông, mô hình hóa diễn tả mối quan hệ giữa các hiện tượng trong tự nhiên và xã hội với nội dung, kiến thức toán học trong sách giáo khoa thông qua ngôn ngữ toán học như kí hiệu, đồ thị, sơ đồ, công thức, phương trình. Từ đó, có thể thấy hoạt động mô hình hóa giúp học sinh phát triển sự thông hiểu các khái niệm và quá trình toán học, hệ thống hóa các khái niệm, ý tưởng toán học và nắm được cách thức xây dựng mối qua hệ giữa các ý tưởng đó. cách tiếp cận này giúp việc học Toán của học sinh trở nên có ý nghĩa hơn, tạo động cơ và niềm say mê Toán”.

Như vậy, trong phạm vi nghiên cứu của luận án và chương trình dạy học Toán tại trường trung học phổ thông, tác giả quan niệm, mô hình hóa toán học là quá trình người học tìm hiểu, khám phá các tình huống nảy sinh từ thực tiễn bằng công cụ và ngôn ngữ Toán học và ngược lại.



Hình 1.4. Mô hình đề xuất bởi Xuhui Li (Li, 2013)

Dựa vào các phân tích lý thuyết và thực tiễn, tác giả luận án cho rằng, mô hình hóa liên quan đến nhiều hoạt động toán học khác nhau:

- + Xác định các biến trong thực tiễn của bối cảnh và lựa chọn các biến đại diện các tính chất cốt lõi.
- + Thiết lập một mô hình bằng cách tạo ra và chọn hình học, đồ họa, bảng biểu, đại số, hoặc các đại diện thống kê mô tả mối quan hệ giữa các biến số.
- + Phân tích và thực hiện các hoạt động trên các mối quan hệ này để vẽ kết luận.
- + Giải thích các kết quả của toán học.
- + Xác nhận các kết luận bằng cách so sánh chúng với tình huống, và sau đó hoặc là cải tiến mô hình hoặc, nếu nó được chấp nhận.
- + Báo cáo kết luận và lý do.

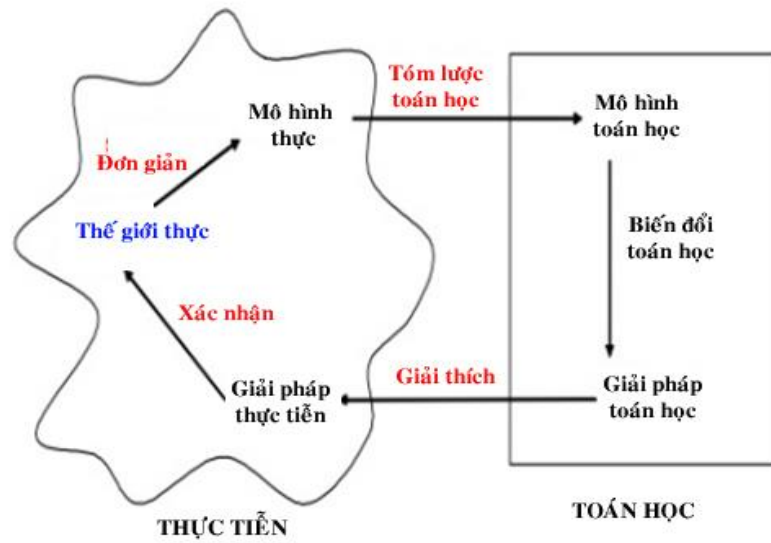
1.2.6. Năng lực mô hình hóa toán học

Tương tự như các quan niệm: năng lực, kỹ năng.. có nhiều cách hiểu. Đối với quan niệm về “năng lực mô hình hóa toán học”. Ta xem xét:

Thoe Jensen và cộng sự (2007) [56], “năng lực mô hình hóa là khả năng thực hiện đầy đủ các giai đoạn của quá trình mô hình hóa trong một tình huống cho trước”; Maab (2006) [48], định nghĩa “năng lực mô hình hóa bao gồm các kỹ năng và khả năng thực hiện quá trình mô hình hóa nhằm đạt được mục tiêu xác định”.

Nhìn cụ thể hơn để xây dựng mô hình, Morten Blomhoej, Tomas Højgaard (2007) xác định năng lực như sự sẵn sàng sâu sắc tới hành động để đáp ứng với những thách thức của một tình huống nhất định. Theo họ, một khía cạnh quan trọng, đó là phát triển năng lực là một quá trình liên tục. Trong cuộc thảo luận, họ dứt khoát xây dựng và minh họa một tập hợp các năng lực toán học có thể được xem là độc lập kéo dài và mở rộng định nghĩa về năng lực toán học. Các năng lực toán học đặt ra là: năng lực tư duy toán học, năng lực giải quyết vấn đề, năng lực đại diện, năng lực hình thức biểu tượng, năng lực giao tiếp, hỗ trợ, năng lực lý luận và năng lực mô hình hóa.

Năng lực mô hình hóa Toán học là khả năng nhận diện câu hỏi có liên quan, các biến, các mối quan hệ hoặc giả định về một tình huống thế giới thực, để dẫn dắt vào toán học và để giải thích và kích hoạt các giải pháp (NISS et al 2007) [58]. Các tác giả này tiếp tục thêm rằng, năng lực mô hình không phát triển trong sự cô lập từ năng lực toán học hoặc chung khác như cam kết hay năng lực xã hội hoặc thực hiện giải pháp toán học. gợi ý của họ rằng, năng lực xây dựng mô hình có thể liên quan đến nhiều lĩnh vực. Bằng cách thực hiện nhiệm vụ xây dựng mô hình, năng lực xây dựng mô hình và năng lực khác có liên quan trong lĩnh vực toán học hoặc các lĩnh vực nói chung đang phát triển.



Hình 1.5. Quy trình mô hình hóa toán học (theo Blum 1996)

Các vấn đề về mô hình hóa chỉ là một loại các nhiệm vụ thực tế. Vì có rất nhiều các nhiệm vụ liên quan đến thực tế, trước tiên chúng ta sẽ xem xét phân loại các vấn đề này. Phân biệt giữa các vấn đề từ đơn giản, nhúng các công việc toán học vào ngôn ngữ hàng ngày, minh họa các khái niệm toán học (ví dụ như sử dụng nhiệt độ để đưa ra con số âm), áp dụng các thói quen tiêu chuẩn toán học (áp dụng các thuật toán nổi tiếng để giải quyết các vấn đề liên quan đến thực tế) và mô hình hóa, tức là các quá trình giải quyết vấn đề phức tạp. Nghiên cứu này tập trung vào mô hình hóa bởi vì việc tích hợp vào cuộc sống hàng ngày tại trường học dường như là cần thiết đối với các mục tiêu giải quyết các vấn đề liên quan đến thực tế trong các lớp toán học (Blum và Niss 1991 [17]) và vì mô hình không tích hợp vào thực tiễn giảng dạy hàng ngày cho đến nay. Trong cuộc thảo luận về sự phạm, có nhiều quan điểm khác nhau về các quá trình lập mô hình. Về cơ bản chúng ta có thể phân biệt những quan điểm đó theo bằng cách cho thấy sự quan tâm của mỗi người trong số họ về toán học và bao nhiêu cho các vấn đề bên ngoài toán học. De Lange (1989) xem xét các ngữ cảnh toán học bên ngoài toán học cũng như toán học bên trong như là vấn đề quan trọng nhất vì điều này dẫn đến khám phá các thuật ngữ toán học. Có một mối quan hệ với thế giới thực nhưng nó là cấp dưới. Toán học cũng là trung tâm của tư tưởng trong các quan điểm. Trái ngược với Lange, Galbraith không tập trung vào toán học, nhưng xem mỗi bước để giải quyết một vấn đề thực sự bao gồm giải thích và xác nhận là quan trọng. Một quan điểm chính trong cuộc thảo luận về môn học là Blum's (1985, p.200, 1996, tr.18), người cũng xem xét toàn bộ quá trình làm mô hình là cần thiết (Maaß, 2006) [48].

Từ các nghiên cứu trên, tác giả luận án cho rằng, “năng lực mô hình hóa toán học là khả năng thực hiện đầy đủ các giai đoạn của quá trình mô hình hóa (toán học hoá, giải bài toán, thông hiểu, đối chiếu) nhằm giải quyết vấn đề được đặt ra”.

1.3. Vai trò, ý nghĩa của mô hình hóa toán học trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông

Qua Bài học từ PISA - cho dù kết quả của PISA 2012 liên quan đến kỹ năng toán học của những người trẻ tuổi, có một số lượng đáng kể những người Úc 15 tuổi làm việc không có đủ kỹ năng toán và toán để có thể đương đầu với cuộc sống trong thế kỷ 21.

Thực tế là nhiều học sinh (và người lớn) đã học về toán học ở trường mà không thể dễ dàng chuyển các kỹ năng toán học và áp dụng chúng vào các nhiệm vụ được nhúng vào hoặc giống với bối cảnh thực tế.

Toán học trong thế giới thực là không cụ thể mà phức tạp, nó được nhúng và thường ẩn hoặc vô hình trong các tình huống, bối cảnh. Điều này gần đây đã được minh họa trong một dự án về kỹ năng toán học tại nơi làm việc mà Hiệp hội các Giáo viên Toán học Úc (AAMT - Australian Association of Mathematics Teachers) đang cam kết với Tập đoàn Công nghiệp Ôxtrâyliya.

Dự án điều tra toán học cần thiết cho người lao động ngày nay. Một trong những mục tiêu chính là xác định các rào cản và sự không phù hợp giữa những gì đang xảy ra trong trường học và những gì là cần thiết khi làm việc. Nghiên cứu ban đầu đã làm nổi bật việc sử dụng Toán học ở nơi làm việc, cũng như cách phức tạp và ẩn dấu toán học trong nó. Một thách thức chủ yếu đối với các nhà giáo dục là chúng ta có thể hỗ trợ học sinh đối phó với những vấn đề bất thường nhưng thực tế có thể bị bỏ qua, và đòi hỏi học sinh chuyển vấn đề thành một hình thức có thể giải quyết bằng toán học. Đây không phải là một nhiệm vụ dễ dàng.

Một cách phổ biến mà chúng ta cố gắng đưa thế giới thực vào lớp học Toán. Một số học sinh có thể nhận được những câu hỏi như vậy trong lớp học về toán học, nhưng thường chỉ sau khi các em đã hoàn thành giải quyết các câu hỏi dựa trên thuật toán, trừu tượng, phi bối cảnh.

Theo (Brian King and Megan Murray, 1997), Toán trong Thế giới thực thể hiện nhiều vấn đề của cuộc sống thực mà bạn có thể gặp phải.

Trong dạy học và học Toán trong nhà trường THPT, tôi nhận thấy rằng, cuộc sống luôn ẩn chứa các vấn đề toán học trong nó, tùy từng bối cảnh, và theo các khía cạnh khác nhau mà mức độ thể hiện tri thức toán học là khác nhau.

Từ các nghiên cứu liên quan, thấy rằng mô hình hóa toán học: “Cho phép học sinh hiểu được mối liên hệ giữa toán học với cuộc sống, môi trường xung quanh và các môn khoa học khác, giúp cho việc học toán trở nên có ý nghĩa hơn; Trang bị cho học sinh khả năng sử dụng toán học như một công cụ để giải quyết vấn đề xuất hiện trong những tình huống ngoài toán, từ đó, giúp học sinh thấy được tính hữu ích của toán học trong thực tế. Đánh giá cao khả năng sử dụng toán vào các tình huống ngoài toán; Góp phần tạo nên một bức tranh đầy đủ, toàn diện và phong phú của toán học, giúp học sinh thấy mối liên hệ liên ngành, sự phát triển của lịch sử toán học, và văn hóa loài người; Giúp học sinh hiểu rõ, nhớ lâu các chủ đề hoặc phát triển thái độ tích cực đối với toán, tạo động cơ, thúc đẩy việc học toán; Phát triển các năng lực suy luận, khám phá, sáng tạo, giải quyết vấn đề của thế giới thực”.

Sau đây, nghiên cứu chỉ ra vai trò, ý nghĩa của mô hình hóa toán học trong dạy học môn toán ở phổ thông:

1.3.1. Tăng cường liên hệ Toán học với thực tiễn

Nhiều nghiên cứu chỉ ra rằng, học tập toán học mà được gắn kết trong các bối cảnh thực tiễn sẽ giúp người học tiếp thu tri thức tốt hơn. Phương pháp mô hình hóa là một cách giúp học sinh tiếp cận tri thức, vận dụng tri thức một cách nhẹ nhàng và hứng khởi. Họ học tập thông qua các vấn đề thực tiễn hay qua mô hình gần thực tiễn đời sống.

Mặc dù có vẻ như nhiều nội dung toán học không có tác dụng thực sự trong cuộc sống, đó là một nhận định sai lầm! Toán học là vô cùng quan trọng trong cuộc sống của chúng ta và đôi khi chúng ta không nhận ra điều đó, chúng ta sử dụng các khái niệm toán học, cũng như các kỹ năng học được từ việc thực hiện các vấn đề toán học mỗi ngày. Các định luật toán học chi phối mọi thứ xung quanh chúng ta, và nếu không hiểu rõ về chúng, người ta có thể gặp phải những vấn đề quan trọng trong cuộc sống.

Một vài lý do rằng, toán học là một công cụ mạnh mẽ và vô cùng hữu ích.

Toán học giúp bạn biết thời gian. Một nghiên cứu gần đây chỉ ra rằng, 4 trong số 5 trẻ em sống ở Thành phố Oklahoma không thể đọc giờ bằng đồng hồ analog để biết thời gian. Biết toán, và đặc biệt, phân số, có thể giúp bạn biết rõ hơn về thời gian. Mặc dù đồng hồ analog cuối cùng có thể trở nên lỗi thời, nhưng đừng để khả năng nói thời gian của bạn trở nên lỗi thời! Sử dụng kiến thức về phân số của bạn để giúp bạn biết thời gian trên đồng hồ analog có kim giây, phút.

Toán học giúp quản lý tài chính của bạn. Toán học có thể hữu ích cho việc cân bằng ngân sách của bạn, bởi vì bạn sẽ hiểu rõ về cách đảm bảo rằng, chi phí của

bạn thấp hơn số tiền bạn có. Ví dụ, cân bằng tài khoản ngân hàng là một kỹ năng sống quan trọng đòi hỏi toán học để trừ đi số dư. Do đó, những người khả năng toán học yếu dẫn đến có khả năng mắc nợ vì họ không biết họ có bao nhiêu tiền so với số tiền họ đã bỏ ra.

Toán học làm cho bạn một đầu bếp tốt hơn (hoặc thợ làm bánh). Chẳng hạn, với kiến thức về toán học, bạn có thể nhanh chóng suy luận rằng, một nửa cốc bột giống như tám muỗng bột. Điều này có thể hữu ích nếu bạn thấy rằng, số đo nửa cốc của bạn bị thiếu. Tương tự như vậy, nếu bạn đang nấu ăn từ một công thức phục vụ 4 người, nhưng bạn cần cho 8 người ăn, kỹ năng toán học của bạn cho bạn biết rằng, bạn có thể chỉ cần gấp đôi tất cả các thành phần cần thiết. Nếu không có toán, bạn có thể không có đủ thức ăn (hoặc có quá nhiều thức ăn) để mời khách của bạn.

Toán học là tất cả xung quanh chúng ta và giúp chúng ta hiểu thế giới tốt hơn. Sống trong một thế giới toán học và không biết toán học giống như đi qua một bảo tàng nghệ thuật với đôi mắt nhắm nghiền. Học và đánh giá cao toán học có thể giúp bạn đánh giá cao những điều mà bạn sẽ không nhận thấy về thế giới.

Những con ong, bậc thầy của hình học, sử dụng hình lục giác để xây dựng tổ ong của chúng. Trình tự Fibonacci, một chuỗi số nổi tiếng trong toán học, được tìm thấy trong tự nhiên: trong trái thông, vỏ sò, cây, hoa và lá.

Số pi cũng có thể được quan sát xung quanh chúng ta. Pi là một số với nhiều thuộc tính độc đáo. Pi xấp xỉ 3,14, nhưng trong thực tế, nó lớn hơn 3,14, với một chuỗi số vô hạn sau dấu thập phân. Bởi vì pi trong thực tế là một số dài vô hạn, nó được thể hiện dưới dạng chữ cái Hy Lạp pi (π). Nó không thể được biểu thị dưới dạng phân số; những con số không thể biểu thị dưới dạng phân số được cho là không hợp lý. Pi cũng siêu việt, có nghĩa là nó không đại số; điều này có nghĩa là pi không thể là nghiệm của phương trình đa thức đơn biến có hệ số là tất cả các số nguyên.

Số pi có thể được quan sát trong hình dạng của các dòng sông. Tỷ lệ chiều dài của một con sông với khoảng cách từ nguồn đến miệng của nó được gọi là tỷ lệ uốn khúc. Tỷ lệ uốn khúc trung bình của các con sông tiến gần đến số pi. Điều có ý nghĩa là tỷ lệ uốn khúc trung bình của các con sông tiếp cận pi, bởi vì các con sông có xu hướng uốn cong thành các vòng, có hình tròn trong tự nhiên. Tỷ lệ chu vi của một vòng tròn với đường kính của nó cũng bằng pi.

Bây giờ bạn đã biết nhiều hơn về pi và về cách toán học chi phối thiên nhiên, bạn không cảm thấy rằng, bạn có một mệnh lệnh lớn hơn đối với các định luật toán học của vũ trụ? Nó có thể được trao quyền để tìm hiểu về các nguyên tắc toán học bởi vì nó có thể giúp hiểu ý nghĩa của một thế giới.

Ví dụ 1.1. (Sharma, 2016) [66] Sau khi học sinh đã học cách nhận biết và sử dụng kí hiệu toán học biểu diễn sự phụ thuộc của các đại lượng, họ khám phá các tình huống thực tế và biết rằng một số tình huống được mô phỏng theo mối liên hệ với nhau chỉ trong một số điều kiện nhất định. Để học sinh trở nên thông thạo trong mô hình, họ cần phải có kinh nghiệm liên quan đến mô hình. Dưới đây là ví dụ về một vấn đề. Giáo viên trình bày cho học sinh của mình để hiểu mô hình:

Khi bánh ra khỏi lò, nhiệt độ của nó là 370°F . Sau 3 giờ, nhiệt độ của nó xấp xỉ 70°F , nhiệt độ của bếp.

Tình huống này đại diện cho một hệ thống phụ thuộc biểu diễn qua lại các đại lượng? Tại sao học sinh nghĩ vậy?

Sử dụng thông tin ở trên để viết ra hai cặp được sắp xếp (x, y) , trong đó x đại diện cho thời gian (theo giờ) kể từ khi bánh được lấy ra khỏi lò và y đại diện cho nhiệt độ (theo độ F) của bánh tại thời điểm đó.

Nếu nó là một hệ thống phụ thuộc, hãy viết mối quan hệ giữa x và y , trong bất kỳ các hình thức dưới đây, với các giá trị chung (dạng hai điểm, độ dốc, điểm tối thiểu của độ dốc).

Sử dụng phương trình từ bước trên để ước lượng nhiệt độ của bánh sau 1 giờ, sau 2 giờ, và sau 4 giờ.

Vấn đề, các câu hỏi trên được định hình lại để đảm bảo rằng, học sinh không chỉ hiểu vấn đề mà còn hiểu sâu hơn và tạo ra các mối liên hệ giữa các khái niệm khác nhau và liên quan đến vấn đề với tình huống thực tế. Sau đó, giáo viên đã làm cho vấn đề này trở nên khó khăn hơn bằng cách hỏi một loạt các câu hỏi khác:

+ Bạn biết từ hình học rằng hai điểm phân biệt xác định một đường thẳng, trong trường hợp này, điều kiện đó có đáp ứng không?

+ Mối quan hệ phụ thuộc nhìn chung là gì?

+ Điều gì là không rõ trong chức năng phụ thuộc mà bạn vừa đưa ra?

+ Điều gì chưa được biết trong phương trình này?

+ Làm thế nào bạn sẽ tìm thấy độ dốc của đường thẳng này?

+ Hãy vẽ một bản phác thảo thô của đường thẳng.

+ Dựa vào bản phác thảo này, bạn có thể dự đoán gì về nhiệt độ trong tương lai?

Sau đó giáo viên yêu cầu học sinh giải quyết vấn đề. Học sinh tính độ dốc bằng cách xem xét hai điểm (hai cặp được sắp xếp): $(0, 370)$ và $(3, 70)$. Khi giáo viên đi quan sát trong lớp học xem công việc của mình, giáo viên hỏi học sinh:

Nhiệt độ là bao nhiêu trong năm giờ? 10 giờ?

Tại thời điểm này đã có rất nhiều thảo luận giữa các học sinh và họ bắt đầu đặt câu hỏi liệu nó thực sự là một mô hình phụ thuộc. Học sinh đi đến kết luận rằng,

đó là một mô hình phụ thuộc chỉ đến khi nhiệt độ của bánh đạt đến nhiệt độ phòng, và sau đó nó không phải là một mô hình phụ thuộc. Giáo viên giới thiệu một số ví dụ về các mô hình phi tuyến tính và hỗn hợp.

Đây là một ví dụ về việc giảng dạy với tính nghiêm ngặt, tạo ra các kết nối, và cách toán học được sử dụng để mô hình hóa thế giới thực. Giáo viên tập trung chỉ vào một vấn đề trong bài học, nhưng học sinh đã hiểu khái niệm ở mức sâu hơn chứ không giải quyết một số vấn đề chỉ cần áp dụng một quy trình.

Các yêu cầu của sự hiểu biết, thông thạo, và khả năng áp dụng, song song với những mong đợi của chúng ta. Một học sinh là một người có khả năng ngôn ngữ tốt khi học sinh đó có được sự thông thạo trong việc sử dụng ngôn ngữ tự nhiên trong các ngữ cảnh, ý định và sắc thái của ý nghĩa trong tài liệu đọc, và có thể sử dụng nó trong cuộc sống thực với sự tự tin.

Tương tự như vậy, tính nghiêm ngặt trong toán học có nghĩa là một học sinh thể hiện sự hiểu biết giữa các bên và giữa các khái niệm, sự lưu loát trong việc thực hiện các quy trình tính toán và các mối tương quan, kiến thức về sự phù hợp của một công cụ khái niệm và công cụ toán học cụ thể và khả năng áp dụng các khái niệm và các hoạt động toán học trong việc giải quyết ý nghĩa, các vấn đề trong cuộc sống thực. Cuối cùng, nó được chứng minh trong khả năng của họ để truyền đạt sự hiểu biết này. Để đạt được mức độ làm chủ như đọc, các nhà giáo dục toán học cần phải cân bằng các yếu tố này trong sự mong đợi, hướng dẫn và đánh giá.

1.3.2. Phát triển các dự án học tập

Thông qua phương pháp mô hình hóa toán học, cung cấp cho học sinh cách học với tương quan các chủ đề Toán mà họ coi như khô và buồn tẻ; tách biệt với cuộc sống thực, với các ứng dụng đời sống thực tế. Họ cố gắng để khám phá và tìm ra một giả thuyết và cuối cùng chứng minh đó là sự thật. Ý tưởng đằng sau dự án là làm cho học sinh đánh giá cao các ứng dụng của toán học trong bất cứ điều gì xung quanh ta. Dạy học dự án là một mô hình cho giảng dạy có liên quan đến một trong nghiên cứu sâu và điều tra về một vấn đề thế giới thực. Nó là một cấu trúc có thể biến đổi từ dạy “giáo viên nói” để “học sinh làm”. Mô hình hóa toán học góp phần thực hiện các dự án học tập qua sự tham gia của học sinh trong học tập, khi họ có cơ hội để khám phá những vấn đề thách thức phức tạp liên quan chặt chẽ với thực tế đời sống của họ. Nó khuyến khích tư duy cấp độ cao hơn và đưa học sinh trong một vai trò tích cực của một người giải quyết vấn đề.

Học tập dựa trên dự án là một mô hình giảng dạy liên quan đến một nghiên cứu chuyên sâu và điều tra về một vấn đề thế giới thực. Đó là một cấu trúc chuyên

đổi giảng dạy từ 'giáo viên nói 'với' học sinh đang làm'. Loại học tập này không tập trung vào "học cái gì đó", nhưng về 'làm cái gì đó'. Các đặc điểm người học tập trung của học tập dựa trên dự án đóng góp cho người học động lực và sự tham gia, do đó, phát triển một thái độ tích cực cho chủ đề.

Dự án học tập dựa trên học tập sẽ giúp các học sinh học tập trong khi họ có cơ hội để khám phá phức tạp những vấn đề khó khăn liên quan mật thiết đến cuộc sống thực của họ. Nó khuyến khích tư duy cấp cao hơn và đưa học sinh vào một vai trò tích cực của một người giải quyết vấn đề, người ra quyết định, điều tra viên và một nhà nghiên cứu. Điều này tạo ra cơ hội cho học sinh điều tra các câu hỏi có ý nghĩa đòi hỏi họ phải thu thập thông tin và suy nghĩ nghiêm túc.

Việc học dựa trên dự án nuôi dưỡng tốt nhất trong môi trường giàu công nghệ. Việc sử dụng công nghệ giúp học sinh và giáo viên dễ dàng hơn trong việc điều tra, nghiên cứu và cộng tác với những người khác ngoài ranh giới. Việc sử dụng công nghệ trong dạy học dựa vào dự án là quan trọng trong hai khía cạnh: nghiên cứu và nghiên cứu về chủ đề quan tâm, và thứ hai là truyền thông và hợp tác. Trong mâu thuẫn với vai trò của giáo viên là một người cung cấp tri thức trong các phương pháp truyền thống, nhu cầu học tập dựa vào dự án từ các giáo viên.

Ví dụ 1.2. Dự án: sử dụng các yếu tố để khám phá hệ thống đường bờ biển.

Giáo viên đã đưa ra danh sách các đường bờ biển bị sóng thần và thu thập dữ liệu về các đỉnh cao. Trong đợt sóng thần năm 2004, các đường bờ biển khác nhau bị va chạm bởi cùng một sự kiện có nguồn gốc từ tâm chấn nhưng độ cao của sóng rất khác nhau đối với các đường bờ biển khác nhau, tức là các vị trí gần như cùng một khoảng cách từ tâm chấn nhưng nhận được sóng có chiều cao sóng khác nhau. Ví dụ. Chennai và Myanmar gần như ở một khoảng cách ngang bằng với tâm chấn nhưng chiều cao sóng ở Chennai lớn hơn Myanmar nhiều. Tương tự trong thảm họa sóng thần 2011 tại Nhật, các khu vực khác nhau trên bờ biển Nhật Bản nhận được những đợt sóng khác nhau. Điều này dẫn đến giả thuyết của chúng tôi; để tìm hiểu xem có mối quan hệ giữa kích thước Fractal.

[Chú giải: Năm 1975, nhà Toán học Benoît Mandelbrot đặt tên cho những hình dạng "kì quái" mà ông đang nghiên cứu là "fractal," bắt nguồn từ tiếng latin, frāctus, nghĩa là "bị bể." Một trong những hình tiêu biểu cho sự "kì quái" đó sau này được gọi là Tập Mandelbrot (Mandelbrot Set). Fractal, theo nghĩa tổng quát nhất, là những hình lặp đi lặp lại dù có phóng to như thế nào đi chăng nữa. Mandelbrot set là một trong những hình đầu tiên được tạo ra bởi máy tính, và cấu trúc phức tạp của nó đã làm mọi người phải kinh ngạc; Fractal trông rất phức tạp nhưng thực ra lại

xuất hiện nhiều trong thực tế. Hãy thử nhìn một cái lá, bạn sẽ thấy một fractal. Hãy nhìn vào vết nứt trên tường, bạn có thể thấy một fractal. Nếu bạn sống ở xứ lạnh, bông tuyết chính là ví dụ của một fractal. Fractal còn có ứng dụng trong việc mô hình dòng nước chảy hay việc nén ảnh trong tin học.].

Hình thức tiếp theo trong việc thu thập kích thước của đường bờ biển so với mô hình của dự án trước đó, những hình ảnh của đường viền bờ biển được dán vào bảng điều khiển của Sketchpad Geometer và các ranh giới đã được vẽ. Các ranh giới này được dán vào bảng tính excel và kích thước fractal đã được tìm thấy bởi phương pháp đếm, sử dụng Graphmatica.

Kích thước fractal của các đợt sóng thần gây ra bởi các đợt sóng thần khác nhau đã được tìm ra. Dữ liệu về chiều cao sóng của các vùng này được lấy từ cuộc khảo sát Địa chất Hoa Kỳ và nó được quan sát như một ví dụ. Đối với khu vực Onahama và Soma của Nhật Bản, mặc dù theo vị trí ở vùng ngoại vi, nhưng Soma có chiều cao sóng cao hơn so với Onahama.

Trong quá trình này, học sinh đã tìm kiếm dữ liệu từ các báo cáo Cục Khảo sát Địa chất Hoa Kỳ, hay một số nguồn thông tin từ các cơ quan của Nhật bản.

Bảng 1.1. Dữ liệu và Kết quả

Chiều dài bờ biển	Độ cao sóng	Kích thước Fractal	Lí giải
Chennai (2004)	4.8m	1.03	Tại Myanmar có fractal lớn hơn nên nó nhận được những đợt sóng thấp hơn so với Chennai
Myanmar (2004)	Xấp xỉ 2m	1.43	
Ofunato (2011)	11-13m	1.16	Miyako có chiều cao sóng thấp hơn so với Ofunato như kích thước fractal và do đó fractal của Miyako là lớn hơn.
Miyako (2011)	8-10m	1.24	
Onahama (2011)	Chỉ dưới 20	1.15	Sonia, như đã thảo luận ở trên, là vùng chịu ảnh hưởng nặng nề nhất vì vậy nó có chiều cao sóng cao hơn so với Onahama nhưng nó gần giống với Onahama vì kích thước fractal của Soma lớn hơn Onahama
Soma (2011)	Xấp xỉ 20	1.17	
Nagapattinam	--	1.07	Bản chất phân đoạn của Nagapattinam nhiều hơn Chennai nhưng khuếch đại ngoài bờ biển của nó là nhiều hơn Chennai do chiều rộng của tầng đại dương bên dưới bờ biển, nghĩa là cần phải có một đại dương rộng để tăng cường khuếch đại.

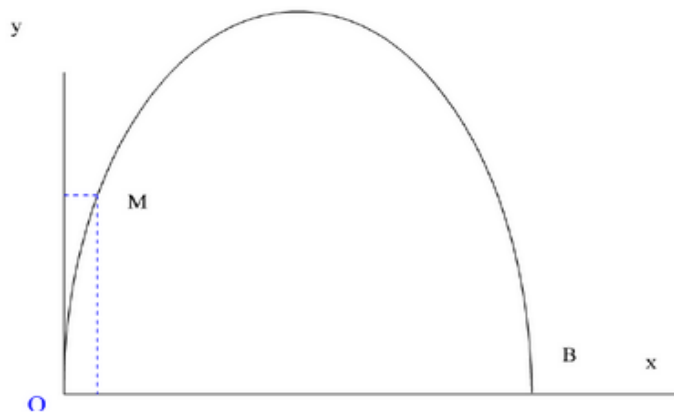
1.3.3. Tăng cường hợp tác nhóm

Học tập bởi mô hình hóa toán học giúp tăng cường học sinh làm việc nhóm, hỗ trợ nhau trong các hoạt động thực hiện của mô hình, cùng tham gia các nhiệm vụ của dự án học tập. Học tập hợp tác được coi là rất hấp dẫn vì xu hướng của nó để giảm sự cạnh tranh ngang hàng và cô lập, và để thúc đẩy thành tích học tập và mối tương quan tích cực. Một lợi ích mà phương pháp dạy học mô hình hóa toán học mang lại là để cung cấp phương tiện học tập hiệu quả cho những học sinh gặp khó khăn về toán, tương tác xã hội, nhờ đó nuôi dưỡng tính ứng dụng và thực tiễn của toán học, kỹ năng hợp tác trong một bối cảnh thực tế cuộc sống (ví dụ, nhóm Hoạt động). Vì vậy, mô hình hóa toán học nên được sử dụng rộng rãi để thúc đẩy thành tích Toán học của học sinh.

Môi trường học tập nên được tạo ra nhằm thúc đẩy việc học tập và giảng dạy tích cực; giảng lớp học; và cá nhân, nhóm nhỏ, và học tập toàn bộ nhóm. Học tập hợp tác là một ví dụ về một sự sắp xếp giảng dạy có thể được sử dụng để thúc đẩy học sinh học tập tích cực, đó là một khía cạnh quan trọng của việc học Toán học và được xác nhận bởi các nhà giáo dục toán học và các nhà nghiên cứu. Trong hoạt động mô hình hóa toán học, học sinh có thể được trao nhiệm vụ để thảo luận, giải quyết vấn đề, và thực hiện các hoạt động học tập hợp tác có thể được sử dụng để bổ sung hướng dẫn bằng cách cung cấp cho học sinh cơ hội để thực hành mới được giới thiệu hoặc xem lại các kỹ năng và khái niệm. Giáo viên có thể sử dụng các hoạt động học tập hợp tác để giúp học sinh thực hiện kết nối giữa nội dung toán học với mô hình thông qua các tương tác và các hoạt động được thiết kế một cách cẩn thận.

Ví dụ 1.3. (*Chiều cao của cổng Parabol*): “Tại trường Đại học Bách Khoa, có nhiều cổng ra vào nhà trường, nhưng có một cổng có hình đặc biệt dạng parabol có bề lõm quay xuống dưới. Em hãy tính chiều cao của cổng (khoảng cách từ điểm cao nhất của cổng đến mặt đất).

Thực tế, học sinh đã gặp nhiều mô hình dạng parabol này ở cuộc sống như: hình ảnh đáy hồ cắt ngang, vết quỹ đạo của phi lao khi vận động viên phóng lao, cổng Acxơ ở thành phố Lui (Mĩ),...



Hình 1.6. Mô hình đồ thị Parabol

Xây dựng mô hình: Cổng với hình dạng parabol có thể xem là hình ảnh đồ thị của một hàm số bậc hai, độ cao của cổng có thể coi là độ cao từ đỉnh của parabol xuống đất. Học sinh có thể đo đạc vị trí 2 chân của cổng, xác định được một số vị trí trên cổng, lập bảng số liệu, biểu đồ tính toán thử nghiệm.

Giải quyết tình huống này cần phải tìm hiểu xác định các điều kiện của bài toán cho cụ thể hơn. Do vậy, giáo viên động viên học sinh tích cực tham gia và thảo luận, từ đó, đưa ra được các yêu cầu về số liệu nào cần tìm hiểu, thu thập. Nhận thấy, hình dạng cổng parabol đã xác định. Do vậy, nếu ta xác định được một số điểm đặc biệt mà từ đó có thể tìm ra độ cao của cổng. Học sinh giải thích rằng, các điểm trên cổng sẽ thỏa mãn một tính chất của parabol.

Học sinh biết rằng, hàm số bậc hai có dạng $y = ax^2 + bx + c$, do vậy, để đồ thị của nó có hình dạng giống cổng, trước tiên học sinh cần chọn hệ trục tọa độ vuông góc, với gốc O trùng với một chân cổng. Xác định phương trình của nó cần phải xác định được ít nhất 3 điểm trên cổng, chẳng hạn $O(0;0)$, $B(x_B;0)$, $M(x_M; y_M)$. Học sinh tiến hành đo đạc để tìm số liệu cần thiết.

Như vậy, học sinh cần đo: khoảng cách giữa hai chân và xác định tọa độ một điểm trên parabol, chẳng hạn: khoảng cách hai chân cổng là 10m, tức $x_B = 10\text{m}$; điểm M bất kì trên cổng có độ xa so với trục thẳng đứng từ gốc O là $x_M = 1\text{m}$ và

điểm M cách mặt đất $y_M = 3\text{m}$. Khi đó: $y = \frac{-1}{3}x^2 + \frac{10}{3}x$. Như vậy, cổng parabol

cao $y = \frac{25}{3} \approx 8,33 \text{ m}$.

Các nhóm học sinh có những cách tiếp cận cho giải quyết tình huống là khác nhau. Có thể nhóm A, tìm hiểu về đội thợ đã xây dựng cổng để xin thông tin; Hay đội B, tìm hiểu từ phòng quản trị phụ trách xây dựng, xin số liệu của thiết kế

công;... Tuy mỗi nhóm có thể có cách tìm kiếm thông tin khác nhau, nhưng họ lại có thể trao đổi cùng nhau, hỗ trợ hoàn thiện thông tin cần tìm, cùng bàn, tìm kiếm giải pháp khi vận dụng cách công cụ toán học để giải quyết.

Qua các bước thực hiện, độ cao của công có thể tính được thông qua các bước của chu trình mô hình hóa. Vấn đề mở rộng hơn khi có yêu cầu tính độ cao hoặc độ xa của hai chân parabol trong nhiều trường hợp khác và việc đo đạc phức tạp hơn, học sinh giải quyết thế nào?. Chẳng hạn, trong diễn tập đánh trận, đội pháo binh cần tính toán thế nào để bắn đúng vào vị trí cứ điểm của địch,...

1.3.4. Phát triển năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn

Năng lực năng giải quyết vấn đề liên quan đến khả năng xác định các vấn đề, trở ngại và cơ hội của bạn và sau đó phát triển và thực hiện các giải pháp hiệu quả. Thực tế, mọi học sinh luôn có cơ hội áp dụng tri thức vào thực tiễn cuộc sống. Lesh R., & Doerr H.M. (2003) [41] nói rằng, “giải quyết vấn đề là một nhiệm vụ, một hoạt động hướng tới một mục tiêu cụ thể và trở thành một bài tập khi người dạy áp dụng cách suy nghĩ hiệu quả vào một tình huống cụ thể”. Thực tế là, tất cả chúng ta sử dụng toán học trong các ứng dụng hàng ngày cho dù chúng ta có biết nó hay không. Toán học là ngôn ngữ phổ quát trong môi trường của chúng ta, giúp con người giải thích và tạo ra trong đó hàng ngàn năm. Từ chơi trò chơi đến chơi nhạc, toán học là điều quan trọng để giúp học sinh tinh chỉnh khả năng sáng tạo của mình và biến giấc mơ của mình thành hiện thực.

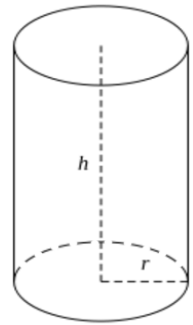
Tuy vậy, học sinh thường trở nên thất vọng đối với các nội dung toán học phức tạp và nhanh chóng đưa ra quan niệm rằng, họ sẽ không bao giờ sử dụng toán học trong các tình huống "thực tế". Mặc dù, một số khái niệm toán học trừu tượng ít khi được đưa vào, những kỹ năng cơ bản được phát triển trong các lớp học toán học ở trường trung học cộng hưởng trong suốt cuộc đời của họ và thường tái hiện lại để giúp giải quyết các vấn đề về thế giới thực hoặc công việc liên quan.

Do đó, suy nghĩ theo một cách hiệu quả (có phương pháp) sẽ yêu cầu người dạy cần có kỹ năng diễn đạt vấn đề theo ngôn ngữ toán học. Thường theo trình tự: diễn đạt, thử lại, xem xét lại kết quả từ nhiều hướng khác nhau.

Theo (Blum, 2002 [16]; Crouch, Haines, 2004 “phương pháp mô hình hóa toán học tạo cơ hội để học sinh phát triển năng lực giải quyết các vấn đề thực tế cuộc sống trong toán học và trong các ngành khác. Việc nghiên cứu về mô hình hóa toán học dành cho học sinh xuất phát từ các khía cạnh khác nhau về mô hình và mô hình hóa. Cách nhìn này khẳng định rằng, kiến thức toán học của học sinh thu nhận

được thông qua việc hình dung và trải nghiệm thực tế. Việc phát triển kiến thức được xem như là một hành động của cá nhân trong một môi trường cụ thể. Học sinh phát triển các mô hình bao gồm: các ý tưởng, các khái niệm, cấu trúc, quan hệ giữa các ý tưởng, thực hiện ý tưởng. Các mô hình này có thể được diễn đạt cụ thể thông qua các hình thức giao tiếp khi học sinh vẽ hình, giải thích, vẽ các biểu đồ, phân loại, tìm quan hệ, định lượng và phán đoán. Nói cách khác, khi học sinh tham gia vào các hoạt động này, chúng đã đưa những khái niệm bên trong ra bên ngoài nhằm mục đích triển khai ý tưởng trừu tượng một cách rõ ràng thông qua nói, ký hiệu, đồ thị, biểu đồ (sơ đồ). Nhiều nghiên cứu gần đây chỉ ra rằng, học sinh có khả năng xử lý các tình huống liên quan đến mô hình hóa, đặc biệt chúng còn có khả năng tự mình tạo ra được mô hình giúp chúng làm rõ hơn các khái niệm. Nhờ đó, phát triển năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn”.

Ví dụ 1.4. (Tran Viet Cuong and Le Hong Quang, 2017) Trong bao bì hộp trà Thái Nguyên có hình dạng hình trụ. Điều gì sẽ xảy ra nếu thiết kế dựa trên việc giảm thiểu giấy bìa mĩ thuật làm hộp? Điều này có nghĩa là đối với thể tích cố định V , hình dạng của hộp (ví dụ: bán kính và chiều cao) sẽ được xác định bằng diện tích bề mặt tối thiểu cho hộp. Như vậy, mối quan hệ giữa bán kính và chiều cao của hộp cần thế nào để giảm thiểu diện tích bề mặt cho một thể tích cố định là gì? Và nếu giấy bìa mĩ thuật có giá 60 đồng/cm² thì chi phí tối thiểu phải bỏ ra để sản xuất là bao nhiêu?



Hộp trà Thái Nguyên có hình dạng hình trụ, và đã xác định một thể tích cố định V . Yêu cầu của việc thiết kế là làm sao để phải sử dụng ít nhất giấy bìa mĩ thuật dùng để làm hộp. Từ đó, sẽ làm giá thành sản phẩm vỏ của hộp trà Thái Nguyên thấp nhất!

Chúng ta có $V = \pi r^2 h$, suy ra $A = 2\pi r^2 + 2\pi r h$. Vấn đề diện tích A là bao nhiêu? Lưu ý, ở đây thể tích V là cố định.

Bởi vì $h = \frac{V}{\pi r^2}$, suy ra ta có $A = 2\pi r^2 + 2\pi r \left(\frac{V}{\pi r^2} \right)$. Ta có thể viết

$A = 2\pi r^2 + \frac{V}{r} + \frac{V}{r}$. ta lưu ý rằng $2\pi r^2, \frac{V}{r}, \frac{V}{r}$ là ba số thực dương. Do vậy, có thể áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có:

$$A \geq 3 \sqrt[3]{2\pi r^2 \left(\frac{V}{r} \right) \left(\frac{V}{r} \right)} = 3 \sqrt[3]{2\pi V^2}.$$

Suy ra $\min\{A\} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$ dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $2\pi r^2 = \frac{V}{r} = \frac{V}{r}$ hay $2\pi r^3 = \pi r^2 h$ hay $2r = h$.

Từ đó, ta suy ra rằng giá thành rẻ nhất để làm vỏ hộp chè Thái Nguyên là: $60.3\sqrt[3]{2\pi V^2}$ đồng.

Ví dụ 1.5 Toán học có ích khi đi du lịch và xuất hiện trong nhiều cách khác nhau từ việc ước tính lượng nhiên liệu bạn sẽ cần phải lên kế hoạch cho một chuyến đi, dựa trên km/giờ và khoảng cách di chuyển. Tính toán việc sử dụng nhiên liệu là rất quan trọng đối với du lịch đường dài. Nếu không có nó, bạn có thể thấy mình bị mắc kẹt hoặc trên đường trong một thời gian dài hơn dự kiến. Bạn cũng có thể sử dụng toán học trong suốt chuyến đi bằng cách trả phí cầu đường, đếm số xuất cảnh, kiểm tra áp suất lốp,...

1.3.5. *Phát triển kỹ năng sử dụng công nghệ thông tin*

Trong vài thập kỷ qua, công nghệ đã phát triển khả năng sử dụng và lan rộng đến tất cả các lĩnh vực của cuộc sống. Giáo dục không là ngoại lệ, một môi trường thuận lợi và công nghệ đa dạng phục vụ để nâng cao kinh nghiệm dạy-học cho cả các nhà giáo dục và học sinh là rất lớn.

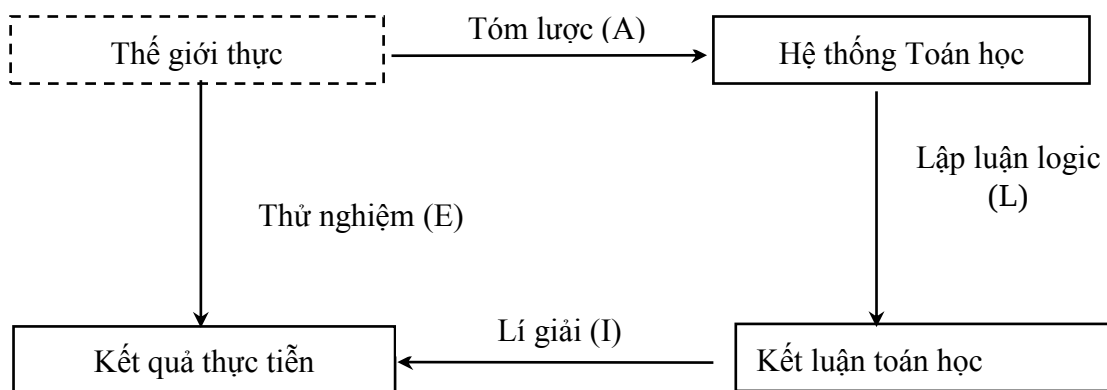
Nhiều người thường nghĩ về công nghệ giáo dục như một công cụ hạn chế, chỉ để sử dụng máy tính tại hoạt động của nhà trường. Quan điểm này không bao gồm các công nghệ giáo dục quan trọng khác. Vận dụng mô hình toán học trong giáo dục toán học được áp dụng trong trả lời các vấn đề toán học mà công nghệ thông tin đóng góp vai trò lớn. Thông qua công nghệ thông tin, các biểu tượng và quan hệ toán học trong mô hình mà đại diện cho tình huống, hiện tượng thực sự hay một đối tượng được nghiên cứu được trực quan hơn, các biểu thị như bảng, phương trình, đồ thị, hệ phương trình rõ ràng và trực quan hơn. Nhờ công nghệ thông tin, các thuộc tính của đối tượng trong mô hình được lựa chọn bởi người dùng. Họ làm mờ đi thuộc tính không cần thiết để học sinh quan tâm và làm nổi bật thuộc tính hàm chứa nội dung toán học. Công nghệ thông tin giúp giáo viên, học sinh trong quá trình xây dựng, thiết kế mô hình toán học, cũng như trong các hoạt động của mô hình. Những vấn đề thực tiễn và giả thực tiễn cũng có thể được đưa vào trong mô hình toán học nhờ sự trợ giúp của công nghệ. Do vậy, để vận dụng tốt mô hình hóa toán học trong dạy và học đòi hỏi người dùng cần học tập nâng cao kỹ năng sử dụng công nghệ thông tin.

1.4. Quy trình mô hình hóa toán học

Quá trình xây dựng mô hình từ thế giới thực là nhiệm vụ thú vị bởi quá trình này nhằm giải quyết các vấn đề phát sinh trong cuộc sống, người xây dựng mô hình cần huy động kiến thức bản thân, kinh nghiệm thực tế và tri thức nhân loại. Mô hình thường liên quan đến rất nhiều lần lặp lại trong một chu kỳ. Hơn hết, quá trình xây dựng mô hình từ vấn đề thế giới thực là một nhiệm vụ thú vị. Nó thường liên quan đến rất nhiều lần lặp lại trong một chu kỳ như trong các sơ đồ sau đây tôi đề cập, các giai đoạn khác nhau của chu kỳ mô hình xuất hiện kết nối với nhau, đòi hỏi sự tương tác nhiều hơn giữa các nhiệm vụ nhỏ.

Có nhiều quy trình mô hình hóa toán học đã được các nhà toán học, giáo dục học nghiên cứu, công bố và sử dụng nhiều trong những thập niên vừa qua. Tiêu biểu có thể kể đến là:

Sơ đồ của Mette Sofie Olufsen (2003)

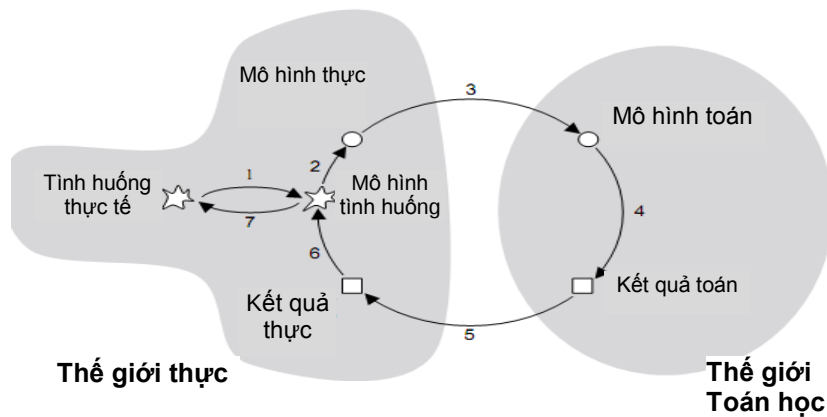


Sơ đồ 1.1. Chu kỳ mô hình hóa toán học (đề xuất bởi Mette Sofie Olufsen)

(Mette Sofie Olufsen, 2003) Giáo viên bắt đầu với một số quan sát về thế giới thực. Giáo viên muốn làm cho một số kết luận, dự đoán về thực tế đã quan sát thấy. Một cách để tiến hành (E) là tiến hành một số thí nghiệm và ghi lại kết quả. Giáo viên mô hình bởi cách khác nhau. Đầu tiên, giáo viên tóm tắt, hoặc biên dịch, một số tính năng quan trọng của thế giới thực vào một hệ thống toán học. Sau đó, bằng lập luận logic (L) giáo viên có nguồn gốc một số kết luận toán học. Những kết luận này sau đó được giải thích (I) như dự đoán về thế giới thực. Để có ích, hệ thống toán học nên dự đoán kết luận về thế giới thực được thực sự quan sát khi các thí nghiệm thích hợp được thực hiện. Nếu những dự đoán từ mô hình có giống ít với những gì thực tiễn xảy ra trong thế giới thực, thì mô hình đó không phải là tốt nhất. Người thiết kế mô hình cần lưu tâm đến các tính năng quan trọng để không bị tác

rời trong bối cảnh nghiên cứu hay quan điểm khác về mối quan hệ giữa các tính năng này. Mặt khác, nếu có thỏa thuận tốt giữa những gì được quan sát và những gì mô hình dự báo, sau đó có một số lý do để tin rằng các hệ thống toán học không thực sự nắm bắt các khía cạnh chính xác quan trọng của tình hình thực tế.

Sơ đồ của Blum (2005)



Sơ đồ 1.2. Sơ đồ của Blum (2005)

- 1: Hiểu tình huống được cho, xây dựng một mô hình cho tình huống đó;
- 2: Đơn giản hóa và đưa vào các biến phù hợp để được mô hình thực;
- 3: Chuyển từ mô hình thực sang mô hình toán;
- 4: Giải toán để đạt được kết quả toán;
- 5: Thể hiện kết quả toán trong ngữ cảnh thực tế;
- 6: Xem xét tính phù hợp của kết quả hay thực hiện quá trình lần 2;
- 7: Trình bày cách giải quyết.

1.5. Năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh

Dựa trên các nghiên cứu về năng lực mô hình hóa toán học như (Maaß, 2006) [48], (Blum, Niss, 1991) [17], (Kaiser-Messmer, 1991) [38], Phan Anh [1], Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán, 2018 [3],...). Dựa vào các luận điểm của các nhà khoa học vừa dẫn ở trên là những điểm tựa quan trọng cho việc xác định các thành tố cụ thể của “năng lực mô hình hóa toán học của học sinh Trung học phổ thông”. Ngoài những quan điểm đã dẫn, tác giả luận án cho rằng: cốt lõi của hoạt động mô hình hóa toán học là việc mô tả tình huống đó bằng ngôn ngữ toán học. Như vậy, thấy rằng, quá trình đó là sự chuyển đổi các dạng ngôn ngữ để xây dựng các mô hình khác nhau; do đó, vấn đề phát triển ngôn ngữ cần được đặc biệt lưu tâm tới. Bởi vậy, cần phối hợp một cách nhuần nhuyễn việc rèn luyện ngôn ngữ với việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh.

Chúng tôi phân năng lực mô hình hóa toán học bởi một số thành tố năng lực sau:

1.5.1. Năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn

Quan sát nhận diện tình huống là một công cụ cực kỳ giá trị của quá trình học tập. Nó đem đến cho học sinh năng lực nhận biết các ẩn ý trong mỗi sự việc trong bối cảnh.

Đa số chúng ta không để ý đến thế giới xung quanh. Điều tạo nên một năng lực mô hình hóa toán học tốt chính là khả năng quan sát, nhận biết những chi tiết bản chất của tình huống. Điều này thường có ở những học sinh có thói quen để ý đến mọi thứ xung quanh. Maria Konnikova là một nhà báo, nhà tâm lý học và là tác giả của cuốn sách: *Mastermind: How to Think Like Sherlock Holmes* nói rằng: “Đây không phải là năng lực của siêu nhân. Cần phải chú ý rằng Holmes đã dành cả đời để rèn luyện thói quen tập trung chú ý. Đây không phải là khả năng bẩm sinh của ông ấy. Những gì chúng ta chọn để lưu tâm hoặc không lưu tâm là một cách định hình năng lực này trong tâm trí chúng ta. Mọi thứ chúng ta làm đều kết nối với bộ não nhưng sự tập trung cao độ” có thể giúp sự kết nối này trở nên vô cùng dễ dàng.”

Thói quen xấu của nhiều học sinh là không chú ý. Học sinh luôn cố gắng hoàn thành mọi thứ thật nhanh chóng, và bởi vậy, chúng mất đi sự tập trung. Vậy nên, giống như bất kỳ thói quen nào, tăng cường năng lực quan sát đồng nghĩa với xác định thói quen xấu của học sinh trước tiên (học sinh ưu tiên việc hoàn thành mọi thứ thật nhanh và bỏ qua những chi tiết nhỏ hơn), và sau đó là rèn luyện những thói quen mới (tập để ý nhiều hơn). “Việc thường xuyên vận dụng toán học vào thực tế sẽ giúp học sinh nhìn thấy những khía cạnh toán học ở các tình huống thường gặp trong cuộc sống, tăng cường khả năng giải quyết các vấn đề trong cuộc sống bằng tư duy toán học, giúp tập luyện thói quen làm việc khoa học, nâng cao ý thức tối ưu hóa trong lao động... Đây là những phẩm chất quan trọng đối với người lao động trong xã hội ngày nay. Để làm được điều này học sinh phải có khả năng thu nhận được thông tin toán học từ tình huống thực tế ban đầu, chuyển đổi thông tin giữa thực tế và toán học, thiết lập được mô hình toán học từ tình huống thực tế”.

Từ các nhận định của các chuyên gia giáo dục, các nghiên cứu về năng lực mô hình hóa toán học [56], [20], [58], [48], [1], [7], [4] tác giả nhận định năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn là quan trọng của quá trình mô hình hóa toán học, theo tác giả, cần quan tâm tới: “Năng lực

quan sát; Khả năng liên tưởng, kết nối các ý tưởng toán học với các yếu tố thực tiễn; Năng lực ước tính, dự đoán các kết quả của tình huống”.

1.5.2. Năng lực sử dụng ngôn ngữ trong quá trình mô hình hóa toán học

Trong quá trình dạy và học Toán, việc sử dụng ngôn ngữ toán học là rất cần thiết, nó thể hiện được nội dung toán học đặt ra hay vấn đề thực tiễn nào đó cần được thể hiện thông qua ngôn ngữ toán học. Học sinh vận dụng tốt ngôn ngữ toán học sẽ làm cho quá trình học tập đạt hiệu quả hơn.

(Duval, 2002) [24] cho rằng, “tầm quan trọng của ngôn ngữ trong việc học Toán, cũng như năng lực giao tiếp toán học, là một chủ đề liên quan cụ thể. Trong những năm gần đây, nó đã được nhấn mạnh tầm quan trọng không chỉ thể hiện ngôn ngữ toán học qua bài viết tự luận, nó còn thường xuyên thể hiện trong các cuộc phỏng vấn, trao đổi của học sinh trong quá trình học tập”; Phillips và Soriano (1984) [61] nói thêm rằng, “giải quyết vấn đề từ toán học đòi hỏi kiến thức về toán học và ngôn ngữ. Đó là trong sự tương tác giữa những học sinh xây dựng các con đường nhận thức mới”.

Các nhà giáo dục toán học ở Việt Nam đã dành sự quan tâm ngày càng sâu sắc, đầy đủ hơn đến ngôn ngữ toán học, tập trung mô tả ngôn ngữ toán học tạo bởi các kí hiệu toán học (chữ số, chữ cái, dấu phép tính, dấu quan hệ) và ngôn ngữ viết là chủ yếu. Ngoài ra, Hoàng Chung, Nguyễn Bá Kim cho rằng, “trong dạy học môn Toán, việc sử dụng các hình vẽ, sơ đồ, đồ thị, bảng, công thức là rất quan trọng và xem chúng là một dạng ngôn ngữ toán học cần được hình thành và rèn luyện cho HS. Như vậy, ngôn ngữ toán học không chỉ bao gồm các kí hiệu toán học mà còn có cả các hình vẽ, sơ đồ, đồ thị... Hoạt động ngôn ngữ là một trong những hoạt động toán học quan trọng của học sinh. Từ các nghiên cứu của các tác giả quốc tế và trong nước về ngôn ngữ toán học, các quan niệm về ngôn ngữ toán học. Có thể khái quát: ngôn ngữ toán học trong DH toán phổ thông là ngôn ngữ của khoa học toán học, bao gồm các thuật ngữ toán học (từ, cụm từ), các kí hiệu toán học, biểu tượng toán học (như hình vẽ, sơ đồ, đồ thị...) và các quy tắc kết hợp chúng dùng để diễn đạt các đối tượng và các mối quan hệ toán học trong khi nói, viết hoặc tư duy. Trong đó: Kí hiệu gồm chữ số, chữ cái, kí tự alphabetic, dấu các phép toán, dấu các quan hệ, dấu các lượng từ và các dấu ngoặc được dùng trong toán học. Thuật ngữ toán học bao gồm các từ và cụm từ là tên gọi của những khái niệm, những đối tượng và quan hệ thuộc lĩnh vực toán học (ví dụ: số nguyên tố, hợp số, đường thẳng, đối đỉnh, lũy thừa,...); những từ, cụm từ của ngôn ngữ toán học, nhưng trong toán học có ý nghĩa đặc thù (ví dụ: cạnh, tâm, mẫu, tử,...). Cũng như thuật ngữ khoa

học nói chung, thuật ngữ toán học không mang sắc thái tu từ biểu cảm, chúng có tính xác định về nghĩa, có tính hệ thống, tính đơn nghĩa và tính quốc tế. Biểu tượng toán học gồm hình ảnh, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ hoặc mô hình để biểu thị các quan hệ toán học và các đối tượng toán học cụ thể”. Theo Nguyễn Bá Kim, “mỗi nội dung dạy học đều liên hệ với những hoạt động nhất định. Định hướng đổi mới phương pháp dạy học là tổ chức cho người học học tập trong hoạt động và bằng hoạt động tự giác, tích cực, chủ động và sáng tạo. Từ đó, xác định vị trí chủ thể của người học, đảm bảo tính tự giác, tích cực, chủ động và sáng tạo của hoạt động học tập được thực hiện độc lập hoặc trong giao lưu”, “Khi hoạt động ngôn ngữ toán học của học sinh được thực hiện độc lập, nó được xét trên bình diện của hoạt động bồi dưỡng toán học. Các kí hiệu, các biểu tượng toán học được sử dụng, tạo ra và chuyển đổi nhằm giúp học sinh suy nghĩ, khám phá, tìm ra cách giải quyết các vấn đề toán học; sắp xếp, ghi nhớ, biểu đạt các ý tưởng toán học (cho bản thân). Khi hoạt động ngôn ngữ toán học diễn ra trong giao lưu, nó thể hiện dưới bình diện giao tiếp toán học. Khi đó, ngôn ngữ toán học là phương tiện chủ yếu để HS giao tiếp, tiếp nhận hay chuyển tải các kiến thức, kĩ năng toán học với thầy, với bạn (hoạt động giao tiếp toán học)” (Nguyễn Bá Kim, 2005) [5].

Như vậy, theo tác giả luận án, “ngôn ngữ toán học không chỉ có các kí hiệu mà còn có cả các thuật ngữ, biểu tượng toán học. Với chú ý rằng, các kí hiệu, thuật ngữ, biểu tượng trong ngôn ngữ toán học phải ứng với nội dung, ý tưởng toán học nhất định. Để biểu thị một đối tượng hay một quan hệ toán học, ta có thể sử dụng ngôn ngữ toán học ở dạng thuật ngữ, kí hiệu hoặc biểu tượng toán học”.

Từ những luận giải trên và các nghiên cứu liên quan [56], [20], [58], [48], [1], [7], [4], [3]... tác giả luận án cho rằng, năng lực ngôn ngữ toán học là một trong các thành tố năng lực quan trọng mà học sinh cần được bồi dưỡng, phát triển trong suốt quá trình học tập và trải nghiệm cuộc sống. Chúng tôi thấy rằng, đối với năng lực sử dụng ngôn ngữ trong quá trình mô hình hóa toán học cần quan tâm đến: “Diễn đạt vấn đề trong thế giới thực; Sử dụng ngôn ngữ toán học; Diễn đạt một vấn đề dưới nhiều hình thức khác nhau”.

1.5.3. Năng lực xây dựng mô hình toán học

Theo Kaiser, G., & Maass, K. (2007) [37], “một trong những mục tiêu hàng đầu của giáo dục toán là hình thành và phát triển năng lực sử dụng toán để giải quyết các vấn đề nảy sinh trong cuộc sống hiện tại và tương lai cho người học. Để đáp ứng được mục tiêu đó, việc dạy học toán trong nhà trường phải mang đến cơ hội để học sinh thấy được sự cần thiết của toán trong cuộc sống và trong các ngành

khoa học khác đồng thời phải hình thành ở các em năng lực giải quyết các vấn đề thực tế bằng công cụ toán học. Năng lực sử dụng toán để giải quyết các vấn đề trong thế giới thực được các nhà giáo dục toán gọi với thuật ngữ là năng lực mô hình hoá toán học”.

Xây dựng mô hình toán học, là quá trình chúng ta di chuyển giữa thực tế và toán học. Quá trình lập mô hình bắt đầu với vấn đề trong bối cảnh thực. Bằng cách đơn giản hóa, cấu trúc và lý tưởng hoá vấn đề này học sinh sẽ có được một mô hình thực sự. Các đối tượng của mô hình trong vấn đề thực dẫn đến một mô hình về mối quan hệ của các đối tượng toán học. Bằng cách làm việc trong toán học một hay nhiều giải pháp toán học có thể được tìm thấy.

Như vậy, việc bồi dưỡng năng lực giúp học sinh biết xây dựng mô hình toán học từ các vấn đề thực trong bối cảnh thực là cần thiết.

Từ các nhận định của các chuyên gia giáo dục, các nghiên cứu về năng lực mô hình hóa toán học [56], [20], [58], [48], [1], [7], [4], [3]... tác giả luận án cho rằng, để phát triển năng lực mô hình hóa toán học, học sinh nhất thiết cần có năng lực xây dựng mô hình toán học. Theo tác giả, để xây dựng mô hình toán học, học sinh cần quan tâm tới: “Phát hiện vấn đề; Xác định đối tượng trọng tâm trong bối cảnh thế giới thực; Biểu diễn các yếu tố (đại lượng) thực tế bằng ký hiệu, khái niệm toán học”.

1.5.4. Năng lực làm việc với mô hình toán học

Tác giả cho rằng, “việc thường xuyên vận dụng toán học vào thực tế sẽ giúp học sinh nhìn thấy những khía cạnh toán học ở các tình huống thường gặp trong cuộc sống, tăng cường năng lực giải quyết các vấn đề trong cuộc sống bằng tư duy toán học, giúp tập luyện thói quen làm việc khoa học, nâng cao ý thức tối ưu hóa trong lao động... Đây là những phẩm chất quan trọng đối với người lao động trong xã hội ngày nay. Để làm được điều này học sinh phải có năng lực thu nhận được thông tin toán học từ tình huống thực tế ban đầu, chuyển đổi thông tin giữa thực tế và toán học, thiết lập được mô hình toán học từ tình huống thực tế, tìm cách trả lời các câu hỏi toán học trong mô hình toán học”.

Bởi những lí do trên, cùng với các nghiên cứu liên quan như [56], [20], [58], [48], [1], [7], [4], [3]... tác giả luận án cho rằng, “năng lực của học sinh cho làm việc với mô hình toán học là thật sự cần thiết. Nó quyết định đến thành công hay thất bại khi học sinh giải quyết bài toán thực tiễn. Trong năng lực làm việc với mô hình toán học, tác giả đề xuất quan tâm tới: Mô tả vấn đề; Vận dụng hệ thống toán học; Giải thích kết quả; Mở rộng vấn đề”.

1.5.5. Năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình

Đánh giá không tách rời việc học, đánh giá là học tập và nhấn mạnh việc đánh giá bao gồm cả xem xét lại “quá trình tư duy (kiến thức về các quá trình tư duy của học sinh) cho học sinh”. Giải quyết các tình huống có vấn đề trong bối cảnh thực thông qua mô hình toán học không phải chỉ là vấn đề chuyển đổi nội dung yêu cầu từ vấn đề thực sang yêu cầu giải quyết toán học. Nó là một quá trình chuyển đổi cơ cấu nhận thức tích cực xảy ra khi học sinh tương tác với những ý tưởng mới, những vấn đề thế giới thực cần giải quyết và giải toán trên mô hình. Trong quan điểm học tập này, học sinh là những kết nối quan trọng giữa đánh giá và học tập trên mô hình. Để học sinh tích cực tham gia vào việc tạo ra sự hiểu biết riêng, họ phải học để trở thành những người đánh giá phê bình, liên quan đến kiến thức sẵn có và sử dụng nó để học tập. Điều này là quá trình học sinh trở nên chuyên nghiệp theo dõi quá trình học của bản thân, họ đang học gì và sử dụng những gì họ phát hiện ra từ giám sát để thực hiện các điều chỉnh mô hình, thích ứng, và thậm chí thay đổi trong chính suy nghĩ của họ. Dẫn bởi Jean - Marie De Ketele (1989), “Đánh giá có nghĩa là thu thập một tập hợp thông tin đủ thích hợp, có giá trị và đáng tin cậy, xem xét mức độ phù hợp giữa tập hợp thông tin này và một tập hợp tiêu chí phù hợp với các mục tiêu định ra ban đầu hay đã được điều chỉnh trong quá trình thu thập thông tin nhằm đưa ra một quyết định”.

Dựa trên các quan điểm, phân tích từ các nhà khoa học như (Jean - Marie De Ketele 1989, Afflerbach 2002,...), [56], [20], [58], [48], [1], [7], [4], [3]... tác giả luận án đề xuất các tiêu chí chính cho năng lực đánh giá, lựa chọn lời giải phù hợp với bối cảnh thực tiễn: “Kiểm tra, đối chiếu kết quả; Phê phán, phát hiện giới hạn của mô hình; Nhận xét về kết quả toán học với kết quả mà thực tiễn mong muốn”.

1.6. Tiềm năng của dạy học Đại số theo hướng bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh

Luận án khẳng định rằng, Đại số có tiềm năng cho bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh phổ thông, bởi các lí do sau:

“Đại số là một phân nhánh lớn của toán học, cùng với lý thuyết số, hình học và giải tích. Theo nghĩa chung nhất, đại số là việc nghiên cứu về ký hiệu toán học và các quy tắc cho các thao tác trên các ký hiệu (I. N. Herstein, 1964a) [53] nó là một chủ đề thống nhất của hầu hết tất cả lĩnh vực của toán học (I. N. Herstein, 1964b) [35] Như vậy, đại số bao gồm tất cả mọi thứ từ giải phương trình cấp tiểu học cho đến các nghiên cứu trừu tượng như nhóm, vành và trường. Phần cơ bản hơn của đại số được gọi là đại số sơ cấp, phần trừu tượng hơn của nó được gọi là đại số hiện đại”.

Tác giả luận án xem xét Đại số sơ cấp trong chương trình Toán phổ thông và thấy rằng, “đại số thường được coi là cần thiết cho bất kỳ nghiên cứu toán học, khoa học, hoặc kỹ thuật nào, cũng như các ứng dụng khác như các ngành y học và kinh tế. Chẳng hạn: Nó cho phép viết các định luật chung của số học (như $a + b = b + a$ cho mọi a và b), và do đó là bước đầu tiên để khám phá một cách hệ thống các thuộc tính của hệ thống số thực; Nó cho phép tham chiếu đến các số chưa biết, xây dựng các phương trình từ vấn đề của thế giới thực và nghiên cứu làm thế nào để giải quyết chúng”. (Ví dụ, “Tìm một số x sao cho $17x + 1 = 35$ ” hoặc đi xa hơn “Tìm một số x sao cho $ax + b = c$. Bước trừu tượng này dẫn đến kết luận rằng, việc giải quyết các phương trình không liên quan đến bản chất của những con số cụ thể mà chỉ liên quan đến cách giải quyết các phương trình trên”).

Đại số cho phép mô tả các quan hệ hàm số. (Ví dụ, "Nếu bạn bán được x vé, thì lợi nhuận của bạn sẽ là $3x - 10$ đồng, hoặc $f(x) = 3x - 10$, trong đó f là hàm số, và x là con số mà hàm số này sẽ được dùng để tính toán"). Như vậy, đại số có thể mô tả vấn đề từ cuộc sống thực thông qua hàm số.

Ngoài ra, chúng ta có thể “đại số hóa hình học, làm cho bộ môn hình học trong nhà trường phổ thông trở nên linh hoạt hơn trong quá trình giải quyết vấn đề. Qua đó, phạm vi mô tả các tình huống thực tiễn của đại số cũng được cải thiện”.

Hay nói cách khác, “đại số là một cơ sở cho nhiều nghiên cứu sâu về toán học, nhằm hình thành những công cụ toán học để giải quyết các vấn đề của toán học và các lĩnh vực khoa học khác có liên quan; tạo cho học sinh khả năng suy luận suy diễn, góp phần phát triển tư duy logic, khả năng sáng tạo toán học và hình thành khả năng sử dụng các thuật toán. Hàm số cũng là công cụ quan trọng cho việc xây dựng các mô hình toán học của các quá trình và hiện tượng trong thế giới thực”; “Thống kê và Xác suất là một thành phần bắt buộc của giáo dục toán học trong nhà trường, góp phần tăng cường tính ứng dụng và giá trị thiết thực của giáo dục toán học. Thống kê và Xác suất tạo cho học sinh khả năng nhận thức và phân tích các thông tin được thể hiện dưới nhiều hình thức khác nhau, hiểu bản chất xác suất của nhiều sự phụ thuộc trong thực tế, hình thành sự hiểu biết về vai trò của thống kê như là một nguồn thông tin quan trọng về mặt xã hội, biết áp dụng tư duy thống kê để phân tích dữ liệu. Từ đó, nâng cao sự hiểu biết và phương pháp nghiên cứu thế giới hiện đại cho học sinh” [3].

Do vậy, tác giả luận án khẳng định, đại số trong chương trình phổ thông có rất nhiều tiềm năng phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh.

Sau đây, Chúng tôi xem xét nội dung Đại số được đề cập tại Sách Giáo khoa Lớp 10, 11 Nâng cao (Lớp 10 tái bản lần thứ 12, Lớp 11 tái bản lần thứ 11, Nxb Giáo dục Việt Nam, 2018) [10]

▪ **Sách Giáo khoa Lớp 10 Nâng cao**

Chương 1. Mệnh đề. Tập hợp

§1. Mệnh đề và Mệnh đề chứa biến

Trong khoa học cũng như trong đời sống hàng ngày, ta thường gặp những câu nêu lên một khẳng định. Khẳng định đó có thể đúng hoặc sai. Việc dẫn nhập cho nội dung toán học cũng được các tác giả thông qua mô hình toán học thực tiễn như sau:

Ví dụ 1.7. (SGK 10 NC, tr. 4) “Chúng ta hãy xét các câu sau đây.

- (a) Hà Nội là thủ đô của Việt Nam.
- (b) Thượng Hải là một thành phố của Ấn Độ.
- (c) $1+1=2$
- (d) 27 chia hết cho 5”

Ví dụ 1.8. (SGK 10 NC, tr. 5) Xét mệnh đề “Nếu An vượt đèn đỏ thì An vi phạm luật giao thông”

Xem xét nội dung trong SGK 10 NC, tôi thấy, trong bài §1. Mệnh đề và Mệnh đề chứa biến có 4 ví dụ thực tiễn và học sinh có thể mô hình hóa các vấn đề này. Tuy nhiên, trong phần câu hỏi và bài tập, SGK 10 NC không có câu hỏi hay bài tập thực tiễn để học sinh mô hình hóa toán học.

§2. Áp dụng mệnh đề vào suy luận toán học

Trong bài này, số ví dụ dẫn nhập và ví dụ trong phần nội dung đều thiếu những ví dụ có vấn đề gắn với thực tiễn. Câu hỏi và bài tập: từ bài tập số 6 đến bài tập số 21 nhưng chỉ có duy nhất bài số 18 có gắn với thực tiễn tuy nhiên, nó là ví dụ đơn giản, vẫn thiếu sự sáng tạo giải quyết bài toán thực tiễn tương tự.

§3. Tập hợp và Các phép toán tập hợp

Thiếu vắng hoàn toàn ví dụ thực tiễn, phần bài tập từ bài 22 đến 42. Theo tác giả, nội dung này rất nhiều các ví dụ thực tiễn liên quan, nếu học sinh được khám phá kiến thức từ những ví dụ thực tiễn, cùng vốn kinh nghiệm, kỹ năng giải quyết vấn đề, khi đó kết quả

§4. Số gần đúng. Sai số

SGK 10 NC đưa ra ví dụ dẫn nhập:

“Theo tổng cục thống kê, dân số nước ta tại thời điểm ngày 1-4-2003 là 80902,4 nghìn người, trong số đó nam là 39755,4 nghìn người, nữ là 41147,0 nghìn người; thành thị có 20869,5 nghìn người và nông thôn có 60032,9 nghìn người.
Hỏi số liệu nói trên là số đúng hay số gần đúng?”

Phần Câu hỏi và bài tập (từ bài 43 đến bài 62), trong số đó có bài 47, 48, 49, 62 có lấy ví dụ thực tiễn. Tuy nhiên, tôi thấy vẫn nên thêm một số câu hỏi mới dành cho học sinh tự tìm kiếm các bài toán trong thực tiễn và cách chúng nên mở rộng bài toán.

Chương 2. Hàm số bậc nhất và bậc hai

Trong Bài đầu tiên §1. *Đại cương về hàm số*, có một ví dụ duy nhất trong phần dẫn nhập, “Trích bảng thông báo lãi suất tiết kiệm của một ngân hàng”. Ngoài ra, tác giả không thấy ví dụ hay bài tập nào có bài toán liên hệ thực tiễn.

Điềm qua toàn bộ Chương 2, tôi thấy trong tổng 46 Câu hỏi và bài tập, có 3 bài liên hệ thực tiễn: Bài 37, tr. 60 “Bài toán bóng đá”; Bài 38, tr. 61 “Bài toán về cổng Ac-xơ” và Bài 46, tr. 64 “Bài toán tàu vũ trụ”. Như vậy, với 3/46 bài toán có gắn với thực tiễn là quá ít đối với nội dung Hàm số bậc nhất và Hàm số bậc hai.

Chương 3. Phương trình, Hệ phương trình

Trong Chương này, với tổng 64 Câu hỏi và Bài tập. tôi thấy có duy nhất 1 bài toán thực tiễn, Bài 44, tr. 97 “Bài toán máy bơm nước”. Ngoài ra không đề cập tới các vấn đề thực tiễn liên quan. Do vậy, việc vận dụng mô hình hóa toán học tại nội dung này là mờ nhạt.

Chương 4. Bất đẳng thức. Bất phương trình

Với tổng 89 Câu hỏi và bài tập. Tại Chương này đôi lúc có bắt gặp một vài ví dụ về bài toán thực tiễn: Bài 15, tr.112; Ví dụ về Bài toán kinh tế tr.113; Bài 44, tr.133 Bài 48, tr.135 “Bài toán Vitamin”.

Chương 5. Thống kê

Trong cuộc sống, chúng ta thường xuyên được nhận những thông tin dưới dạng số liệu, chẳng hạn: “khi đọc một tờ báo, nghe một bản tin trên truyền hình,... chúng ta thường bắt gặp những con số thống kê”. Thống kê là khoa học về các phương pháp thu thập, tổ chức, trình bày, phân tích và xử lý số liệu. Trong Chương này, các ví dụ đưa ra nhiều và gắn với thực tiễn. Với 21 Câu hỏi và Bài tập gắn với thực tiễn, học sinh có nhiều cơ hội thử thách giải quyết vấn đề thực.

Chương 6. Góc lượng giác. Công thức lượng giác

Xem xét từ các ví dụ và 69 Câu hỏi và Bài tập, tôi nhận thấy vắng bóng các bài toán thực tiễn, học sinh thiếu cơ hội vận dụng mô hình hóa, kiến thức đưa vào mang tính áp đặt, trừu tượng, từ đó học sinh giảm hứng thú học tập.

▪ **Sách Giáo khoa Lớp 11 Nâng cao**

Chương 1. Hàm số lượng giác và Phương trình lượng giác

Trong toàn bộ Chương 1, với 63 Câu hỏi và Bài tập, tôi thấy có rất ít bài toán gắn với thực tiễn. Tại §1. *Hàm số lượng giác và Phương trình lượng giác* phần em có biết: “Âm thanh”, nội dung đề cập đến việc Âm thanh được tạo bởi sự thay đổi áp suất của môi trường vật chất... âm thanh khác nhau liên quan đến tần số khác nhau... Tại bài tập 37 trong phần Luyện tập của §3 nội dung bài toán nhắc tới hội Lim tại Bắc Ninh, tuy nhiên cách dẫn dắt trong bài toán để đến công thức lượng giác vẫn mang tính áp đặt.

Chương 2. Tổ hợp

Trong Chương này, tôi ghi nhận số lượng các ví dụ và bài toán liên quan thực tiễn là nhiều, học sinh có cơ hội thể hiện kỹ năng giải quyết vấn đề, thể hiện vốn kinh nghiệm của bản thân.

Tổng số 73 Câu hỏi và Bài tập, tôi thấy có trên 30 bài tập liên hệ với thực tiễn cuộc sống. Ngoài ra với nhiều ví dụ trong phần lý thuyết bài dạy cũng gắn với thực tiễn, đây là nội dung có nhiều trong các bối cảnh thực tiễn, học sinh được khơi gợi niềm say mê học toán, ứng dụng toán học, vận dụng kinh nghiệm, kỹ năng giải quyết vấn đề.

Bài toán mở đầu (SGK Lớp 11 NC, tr. 51)

“Mỗi người sử dụng mạng máy tính đều có mật khẩu. Giả sử mỗi mật khẩu gồm 6 ký tự, mỗi ký tự hoặc là chữ số (trong 10 chữ số từ 0 đến 9) hoặc là một chữ cái (trong bảng 26 chữ cái tiếng Anh) và mật khẩu phải có ít nhất một chữ số. Hỏi có thể lập được tất cả bao nhiêu mật khẩu?”

Kết luận Chương 1

Trong Chương 1 của luận án, tác giả đã tìm hiểu và nghiên cứu được một số vấn đề là cơ sở quan trọng cho khung lý thuyết của luận án.

Tác giả đã tìm hiểu về vấn đề nghiên cứu liên quan đến năng lực mô hình hóa toán học bao gồm: Tình hình bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong dạy học Toán ở một số quốc gia và tại Việt Nam. Tìm hiểu các khái niệm, công cụ phục vụ cho hướng nghiên cứu của luận án, như: các quan điểm liên quan đến, năng lực, năng lực toán học, mô hình hóa toán học và năng lực mô hình hóa toán học.

Tại Chương 1, tác giả cũng làm rõ vai trò, ý nghĩa của mô hình hóa toán học trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông. Tiếp đó, tác giả đã tìm hiểu một số quy trình mô hình hóa toán học đã được vận dụng trên thế giới, sau đó, dựa vào đặc điểm, tình hình dạy học toán ở trường THPT tại Việt Nam hiện nay, chúng tôi nhận thấy, vận dụng quy trình mô hình hóa đề xuất bởi Blum (2005) là phù hợp với thực tiễn giáo dục Toán học tại Việt Nam hiện nay, quy trình này cũng đã được đồng ý của các nhà giáo dục trong và ngoài nước hưởng ứng và vận dụng.

Để nhận định việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong dạy học Đại số ở trường THPT là hợp lý. Tác giả luận án xem xét tiềm năng của dạy học Đại số theo hướng bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh, thông qua các ứng dụng của mô hình hóa toán học trong toán học và đời sống; xem xét hàm lượng kiến thức toán học liên quan được phân bố trong sách giáo khoa hiện hành (xuất bản năm 2017). Qua đó, đưa ra nhận định về tiềm năng của dạy học Đại số theo hướng bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT.

Phần chính của Chương 1 được tác giả thể hiện tại phần cuối cùng của Chương, đó là mô tả các thành tố năng lực của năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT. Theo tác giả luận án, để đạt được mục tiêu của nghiên cứu, cần làm rõ hơn các thành tố trên. Từ đó, đánh giá thực trạng năng lực mô hình hóa toán học mà học sinh thể hiện thông qua các thành tố đó. Cụ thể các thành tố nêu ra: Năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn; Năng lực sử dụng ngôn ngữ trong quá trình mô hình hóa toán học; Năng lực xây dựng mô hình toán học; Năng lực làm việc với mô hình toán học; Năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình.

Chương 2. NGHIÊN CỨU THỰC TRẠNG

Trong phần này, chúng tôi nghiên cứu thực trạng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông, cũng như việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh. Kết quả nghiên cứu này là căn cứ giúp chúng tôi hiệu chỉnh khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh (tại Chương 1) và sẽ được cụ thể tại Chương 3.

2.1. Phương pháp nghiên cứu

2.1.1. Mục tiêu nghiên cứu

Nghiên cứu này được thiết kế hướng đến mục tiêu:

- Đánh giá thực trạng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông (Thông qua các nghiên cứu điển hình tại 10 trường THPT)
- Tìm hiểu việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong các nhà trường THPT.

2.1.2. Mẫu nghiên cứu

Khảo sát được tiến hành trên mẫu gồm: 06 chuyên gia giáo dục, trong đó có thành viên hiện tham gia vào biên soạn chương trình giáo dục phổ thông mới; 05 nhà quản lý giáo dục là Hiệu trưởng và Phó hiệu trưởng tại một số trường THPT, 126 giáo viên trực tiếp giảng dạy bộ môn Toán tại 10 trường THPT mà chúng tôi tiến hành khảo sát (trong đó có 10 giáo viên được tôi chọn là trưởng nhóm tại mỗi trường THPT mà họ đang giảng dạy để giúp quá trình nghiên cứu của tôi được thuận tiện: Đỗ Lê Sơn (THPT Chu Văn An, Hà Nội), Nguyễn Văn Thanh (Lê Quý Đôn, Hà Nội), Lê Hồng Nam (THPT Xuân Giang, Hà Nội), Hoàng Văn Hường (THPT Trung Giã, Hà Nội), Đặng Công Vĩnh (THPT Thái Phiên, Đà Nẵng), Võ Thị Khánh Xuân (THPT Hoàng Hoa Thám, Đà Nẵng), Phí Văn Thủy (THPT Lê Hồng Phong, Đồng Nai), Nguyễn Thúy Hằng (THPT Trần Biên, Đồng Nai), Hoàng Xuân Thủy (THPT Đông Sơn 2, Thanh Hóa), Lê Văn Thắng (THPT Nguyễn Hoàng, Thanh Hóa).

Đối tượng học sinh: chúng tôi thực hiện khảo sát thông qua phiếu hỏi với 500 học sinh tại 10 trường THPT mà tôi chọn ở trên. Trong đó, tôi chọn 10 học sinh tại Trường THPT Xuân Giang cho nghiên cứu trường hợp để thấy rõ hơn sự

thể hiện năng lực mô hình hóa toán học của học sinh và việc các em được bồi dưỡng ra sao cho năng lực mô hình hóa Toán học.

2.1.3. Công cụ nghiên cứu

- Ngoài phương pháp thu thập và xử lý số liệu trong các văn bản, báo cáo đánh giá từ nhà trường THPT, để nhận biết thực trạng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT, tác giả luận án sử dụng phương pháp trưng cầu ý kiến bằng phiếu hỏi với việc soạn thảo phiếu trưng cầu ý kiến. Hệ thống câu hỏi được thể hiện tại Phụ lục của luận án.

- Để nhận biết thực trạng bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT, chúng tôi sử dụng phương pháp trưng cầu ý kiến bằng phiếu hỏi. Tác giả luận án soạn một phiếu gồm nhiều bảng hỏi theo nội dung bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT. Mỗi bảng câu hỏi có hỏi về mức độ của mỗi hoạt động bồi dưỡng (với điểm 4 là tốt nhất và giảm dần đến điểm 1 là yếu nhất). Nội dung cụ thể của các bảng câu hỏi trong phiếu hỏi được thể hiện tại Phụ lục của luận án.

- Phương pháp trao đổi, phỏng vấn: Trao đổi, phỏng vấn với chuyên gia giáo dục, giáo viên các trường THPT.

Việc trao đổi, phỏng vấn tập trung vào các nội dung chính như sau:

+ Thực trạng đội ngũ giáo viên Toán tại trường THPT, số lượng, cơ cấu, chất lượng.

+ Những hoạt động đã tiến hành để bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT.

+ Những khó khăn, thuận lợi trong quá trình bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT.

- Phương pháp nghiên cứu điển hình

Chọn một số trường THPT đại diện cho vùng thuận lợi, vùng khó khăn và đồng bằng, miền núi để trao đổi trực tiếp với GV, học sinh, hỏi cứu các tư liệu để nắm thông tin phục vụ cho việc nghiên cứu.

- Công cụ xử lý số liệu là sử dụng các thuật toán của phương pháp thống kê toán học để tính giá trị trung bình cộng có trọng số $\bar{X}$ của các mức độ cần đánh giá đối với 1 tiêu chí phải đánh giá theo công thức sau:

$$\overline{X_j} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

trong đó:

j là thứ tự của các tiêu chí (hoạt động quản lý cần đánh giá);

$\overline{X_j}$ là giá trị trung bình cộng có trọng số của các mức độ được đánh giá đối với tiêu chí cần đánh giá thứ j (hoạt động quản lý cần đánh giá thứ j);

$x_1, x_2, \dots, x_n$ các mức độ được đánh giá đối với một tiêu chí cần đánh giá (có n mức độ được đánh giá).

$f_1, f_2, \dots, f_n$ là số lượng các ý kiến đồng ý đánh giá về từng mức độ đạt được của mỗi tiêu chí tương ứng mỗi mức độ cần đánh giá ($x_1, x_2, \dots, x_n$).

Kết quả dữ liệu khảo sát được xử lý theo giá trị trung bình, phân theo thang đánh giá như sau:

1,00 - 1,75: Chưa đạt

1,76 - 2,50: Trung bình

2,51 - 3,25: Khá

3,26 - 4,00: Tốt

- Thu thập và xử lý số liệu: tổng hợp các số liệu trong 604 số phiếu thu được (126 phiếu giáo viên, 478 phiếu học sinh) và sắp xếp riêng từng loại Tốt (4 điểm), Khá (3 điểm), Trung bình (2 điểm) và Yếu (1 điểm) vào một phiếu tổng hợp cho mỗi bảng câu hỏi. Sau đó tiến hành tính giá trị trung bình cộng có trọng số bằng phép toán đã có.

2.1.4. Quá trình thực hiện thu thập dữ liệu

Nghiên cứu này đã thực hiện để xác định thực trạng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT và công tác bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh tại nhà trường THPT. Quá trình nghiên cứu thực trạng, nhóm nghiên cứu thực hiện thông qua các bước:

- Bước 1: Thành lập nhóm thực hiện nghiên cứu

- Bước 2: Nhóm nghiên cứu và các thành viên cộng tác trao đổi về nội dung dự kiến khảo sát, bước này giúp các thành viên nắm rõ hơn nội dung khảo sát, mục tiêu mong muốn của quá trình khảo sát.

- Bước 3: Áp dụng bản mô tả năng lực mô hình hóa toán học của học sinh (tại Chương 1) để thực hiện khảo sát.

- Bước 4: Tham vấn, trả lời phiếu hỏi xác nhận bởi các giáo viên dạy học bộ môn Toán, chuyên gia giáo dục về năng lực đề xuất.

- Bước 5: Đánh giá thực trạng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT.

- Bước 6: Tìm hiểu việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh tại một số trường THPT.

Trong nghiên cứu này, nhóm giúp tôi thực hiện nghiên cứu bao gồm:

Trong toàn bộ quá trình nghiên cứu, tôi được sự giúp đỡ của nhóm các thành viên bao gồm: 01 Giáo sư về nghiên cứu giáo dục Toán học tại Trường Đại học Giáo dục, Đại học Quốc gia Hà Nội; 01 phó Giáo sư và 01 tiến sĩ thuộc Trường Đại học sư phạm Hà Nội; 02 phó Giáo sư và 01 tiến sĩ thuộc Trường Đại học Sư phạm Thái Nguyên; 05 thành viên giữ chức Hiệu trưởng và phó Hiệu trưởng Trường THPT; 10 giáo viên Toán tại một số trường THPT làm đại diện giúp tôi trong suốt quá trình nghiên cứu; Tại Trường THPT Xuân Giang, do thầy Lê Hồng Nam dạy bộ môn Toán đóng vai trò trưởng nhóm giúp tôi trong quá trình thu thập thông tin về việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh.

• Đối với chuyên gia giáo dục và nhà quản lý giáo dục

Tác giả luận án mong muốn nhận được sự chia sẻ về của chuyên gia về vấn đề dạy học môn Toán hiện nay tại nhà trường phổ thông, trao đổi với chuyên gia về khung năng lực đề xuất, tìm hiểu tính phù hợp và chưa phù hợp của khung năng lực này.

Với cách nhìn của chuyên gia giáo dục, nhà quản lý giáo dục, tác giả luận án mong nhận được những ý kiến, chia sẻ: chúng ta đã làm gì để bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh? trong thời gian tới đây, chúng ta cần thay đổi gì, để chất lượng dạy học nói chung được nâng lên và nâng cao năng lực mô hình hóa toán học nói riêng của học sinh.

- **Đối với giáo viên dạy bộ môn toán tại trường THPT**

Tác giả luận án mong muốn nhận được sự chia sẻ: hiện trạng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh, học sinh có thể làm được gì với những bài toán thực tiễn, với những tình huống cần giải quyết trong cuộc sống.

Hiện tại việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh có thực hiện không? Nếu thực hiện, hiệu quả của quá trình bồi dưỡng là như thế nào? Giáo viên có gặp khó khăn gì trong quá trình dạy học Toán và bồi dưỡng học sinh năng lực mô hình hóa toán học.

- **Đối với học sinh THPT**

Tác giả luận án mong muốn học sinh thể hiện năng lực của bản thân trong việc giải quyết các bài toán thực tiễn trong cuộc sống, tìm hiểu suy nghĩ của học sinh về tính ứng dụng của toán học. Tìm hiểu rào cản mà hiện nay nhiều học sinh đang gặp trong quá trình thực hiện mô hình hóa toán học.

2.1.5. Phân tích dữ liệu

Tác giả luận án và các thành viên đã có các cuộc phỏng vấn tới 06 chuyên gia giáo dục; với 05 nhà quản lý giáo dục và 10 giáo viên bất kỳ trong 126 giáo viên dạy bộ môn Toán THPT, quá trình thực hiện nghiên cứu tôi có sử dụng các thiết bị số để hỗ trợ ghi hình ảnh và ghi âm. Phân tích thông qua phân loại quy nạp để phân tích câu trả lời của chuyên gia giáo dục, nhà quản lý giáo dục và giáo viên. Tài liệu phỏng vấn của những người tham gia nghiên cứu được chia theo bảng hỏi đối với từng nhóm đối tượng điều tra.

Thu thập và xử lý số liệu: tổng hợp các số liệu phiếu thu được; tổng hợp ý kiến từ các cuộc tham vấn với 06 chuyên gia giáo dục; với 05 nhà quản lý giáo dục và 10 giáo viên.

Đối với câu hỏi trong phiếu hỏi đối với các nhóm đối tượng điều tra là giáo viên và học sinh, tác giả sắp xếp riêng từng loại: Tốt (4 điểm), Khá (3 điểm), Trung bình (2 điểm) và Yếu (1 điểm) vào một phiếu tổng hợp cho mỗi bảng câu hỏi. Sau đó tiến hành tính giá trị trung bình cộng có trọng số bằng phép toán đã có.

2.2. Thực trạng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông

2.2.1. Thực trạng năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn

▪ Đánh giá bởi học sinh

Nhằm có những nhận định chính xác về năng lực nhận diện tình huống mô hình hóa toán học từ bối cảnh thực tiễn, tôi tiến hành khảo sát học sinh thông qua phiếu hỏi với 478 phiếu được trả lời với các tỉ lệ thể hiện tại Bảng 2.1.

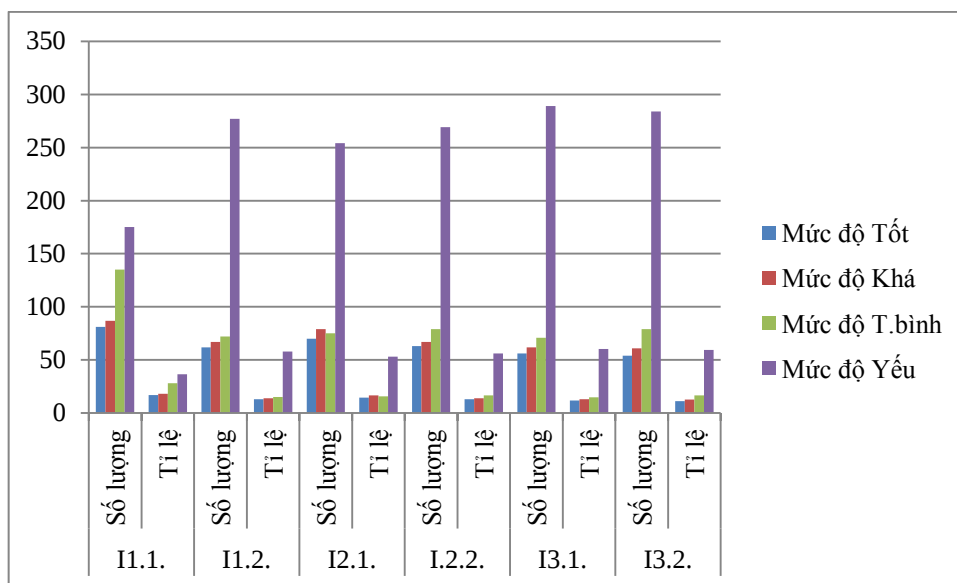
Bảng 2.1. Đánh giá năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực

N= 478

Tiêu chí đánh giá	Số lượng/ Tỉ lệ	Mức độ				Điểm TB	Thứ tự
		Tốt	Khá	T.bình	Yếu		
I1.1.	Số lượng	81	87	135	175	2.15	1
	Tỉ lệ %	16.95	18.20	28.24	36.61		
I1.2.	Số lượng	62	67	72	277	1.82	4
	Tỉ lệ %	12.97	14.02	15.06	57.95		
I2.1.	Số lượng	70	79	75	254	1.93	2
	Tỉ lệ %	14.64	16.53	15.69	53.14		
I.2.2.	Số lượng	63	67	79	269	1.84	3
	Tỉ lệ %	13.18	14.02	16.53	56.28		
I3.1.	Số lượng	56	62	71	289	1.76	5
	Tỉ lệ %	11.72	12.97	14.85	60.46		
I3.2.	Số lượng	54	61	79	284	1.76	5
	Tỉ lệ %	11.30	12.76	16.53	59.41		

Ghi chú:

- + “I1.1. Quan sát tình huống thực tiễn
- + I1.2. Quan sát yếu tố ảnh hưởng
- + I2.1. Hình thành liên hệ giữa những gì học sinh thấy và biết.
- + I2.2. Tăng cường vốn kiến thức.
- + I3.1. Dự đoán kết quả của mỗi giai đoạn giải quyết.
- + I3.2. Dự đoán kết quả tình huống mô hình hóa toán học”.



Biểu đồ 2.1. Thể hiện các năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn của học sinh THPT

Qua Bảng 2.1 và Biểu đồ 2.1. trên tôi thấy rằng, đối với năng lực quan sát tình huống số học sinh có thể thực hiện mức tốt là khá cao 81 học sinh (16.95%), khá 87 học sinh (18.20%), có nghĩa là học sinh có ý thức trong các hoạt động học tập dựa theo bối cảnh, biết rằng yếu tố quan sát là cần thiết để giải quyết nhiệm vụ phát sinh từ thực tiễn. Với năng lực này, tỉ lệ trung bình là 28.24% và yếu là 36.61%.

Tuy nhiên đối với năng lực quan sát các yếu tố ảnh hưởng lại thể hiện học sinh còn chưa tốt. Cụ thể, mức đánh giá tốt là 12.97%, khá 14.02%, gần với nó là mức trung bình với tỉ lệ 15.06%. Thực tế cho thấy, số học sinh yếu trong quan sát yếu tố ảnh hưởng là cao, bởi lẽ học sinh thường coi đó là vấn đề không cần thiết, nhanh bỏ qua và chỉ tập trung vào yếu tố chính của vấn đề thực.

Về năng lực: I2.1. Hình thành liên hệ giữa những gì học sinh thấy và biết thể hiện lượng kiến thức học sinh có và vốn trải nghiệm cuộc sống của bản thân họ, sử dụng suy luận để kết nối sự tương đồng trong tính chất, đặc điểm... giữa cái thấy và cái biết. Đánh giá ở mức độ tốt 14.64%, khá 16.53%. Tức là, học sinh chưa có sự kết nối tốt giữa những gì thấy và biết. Đối với mức độ trung bình của năng lực này là 15.69%, nghĩa là số học sinh có khả năng trung bình là ở giữa mức tốt và khá. Trong khi đó, mức độ yếu là 53.14% đây là một tỉ lệ cao, cần được bồi dưỡng nhiều hơn trong quá trình học tập.

Đối với các năng lực: I2.2., I3.1., I3.2: Cho thấy rằng, các năng lực này được học sinh thể hiện ở mức độ tốt với tỉ lệ không cao từ 11.30%-13.18%, và mức độ khá là 12.76%-14.02%; Mức độ trung bình thể hiện được từ 14.85%-16.53%; Cao nhất vẫn là mức độ yếu chiếm tỉ lệ 56.28%-60.46%, tức là trên $\frac{1}{2}$ số học sinh thể hiện các năng lực này ở mức yếu.

▪ Đánh giá bởi giáo viên

Qua tìm hiểu từ giáo viên, nhiều giáo viên nói rằng học sinh thực sự đang yếu về nhận diện tình huống, ta thấy, chỉ với 22/126 giáo viên (tương ứng 17.46%) cho rằng, năng lực nhận diện tình huống có thể mô hình hóa toán học của học sinh tốt, mức khá chỉ chiếm 13.49%. Trong khi đó, mức trung bình là 22.22% và mức yếu còn cao, chiếm 46.83%. Như vậy, rõ ràng, về năng lực nhận diện tình huống có thể mô hình hóa toán học của học sinh đang yếu, cần thiết được bồi dưỡng, từ đó, học sinh mới có thể giải quyết tốt hơn các bài toán thực tiễn.

Như vậy, nhìn chung năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn của học sinh THPT là còn yếu, với tỉ lệ trung bình và yếu cao. Nếu khả năng nhận diện vấn đề thực kém sẽ làm quá trình giải quyết vấn đề thực khó khăn.

2.2.2. Thực trạng năng lực ngôn ngữ toán học

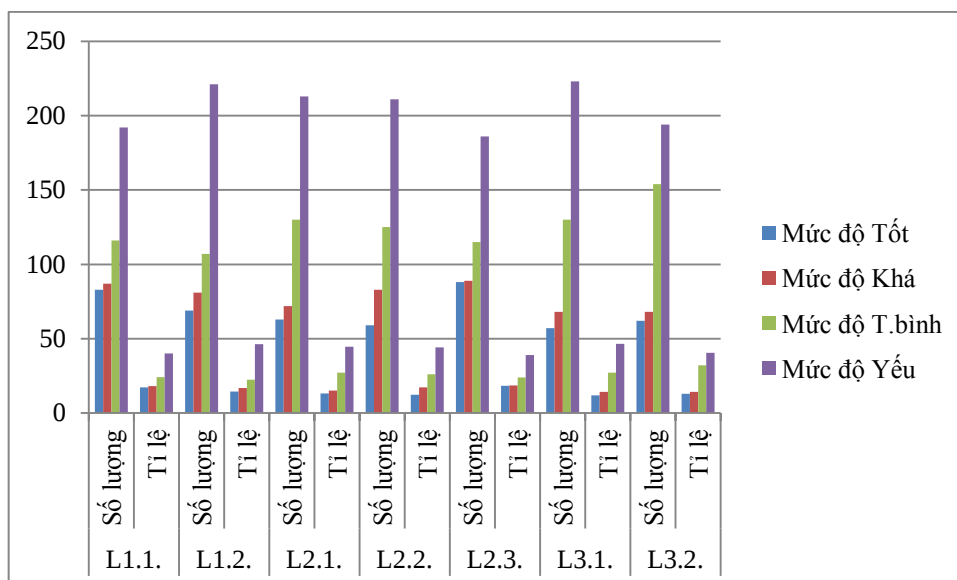
▪ Đánh giá bởi học sinh

Bảng 2.2. Thực trạng năng lực ngôn ngữ toán học của học sinh THPT

Tiêu chí đánh giá	Số lượng/ Tỉ lệ	Mức độ				Điểm TB	Thứ tự
		Tốt	Khá	T.bình	Yếu		
L1.1.	Số lượng	83	87	116	192	2.13	2
	Tỉ lệ %	17.36	18.20	24.27	40.17		
L1.2.	Số lượng	69	81	107	221	2.00	3
	Tỉ lệ %	14.44	16.95	22.38	46.23		
L2.1.	Số lượng	63	72	130	213	1.97	6
	Tỉ lệ %	13.18	15.06	27.20	44.56		
L2.2.	Số lượng	59	83	125	211	1.98	5
	Tỉ lệ %	12.34	17.36	26.15	44.14		
L2.3.	Số lượng	88	89	115	186	2.17	1
	Tỉ lệ %	18.41	18.62	24.06	38.91		
L3.1.	Số lượng	57	68	130	223	1.91	7
	Tỉ lệ %	11.92	14.23	27.20	46.65		
L3.2.	Số lượng	62	68	154	194	2.00	3
	Tỉ lệ %	12.97	14.23	32.22	40.59		

Ghi chú:

- + “L1.1: Nhận dạng được vấn đề toán học, sử dụng được kiến thức toán liên quan.
 - + L1.2: Diễn đạt lại tình huống bằng ngôn ngữ tự nhiên ngắn gọn chính xác.
 - + L2.1: Suy luận logic chính xác và chặt chẽ trong học tập và nghiên cứu Toán học.
 - + L2.2: Tiếp nhận kiến thức, hiểu và sử dụng chính xác những thuật ngữ, kí hiệu và các biểu diễn toán học.
 - + L2.3: Phát triển tư duy logic trong quá trình học Toán.
 - + L3.1: Nhìn vấn đề với nhiều góc độ, phát biểu lại vấn đề với các cách khác nhau.
 - + L3.2: Đánh giá được mức độ sử dụng ngôn ngữ tự nhiên và toán học của bản.”
- thân trong quá trình học tập.



Biểu đồ 2.2. Thể hiện các năng lực thành tố của năng lực ngôn ngữ toán học của học sinh THPT

Kết quả khảo sát thể hiện ở Bảng 2.2 và Biểu đồ 2.2 cho thấy, năng lực ngôn ngữ toán học của học sinh ở các trường tham gia khảo sát về cơ đang ở mức thấp. Cả học sinh tại các trường thành thị và nông thôn; Năng lực nhận dạng vấn đề toán học, sử dụng được kiến thức toán liên quan qua khảo sát thấy ở mức độ tốt và khá với tỉ lệ 17.36% và 18.20%. Ở năng lực này tỉ lệ yếu còn rất cao chiếm trên 40%.

Đối với các năng lực: Tiếp nhận kiến thức, hiểu và vận dụng chính xác những thuật ngữ, kí hiệu và các biểu diễn toán học có tỉ lệ từ tốt và khá là 12.34% và 17.36%, số lượng có mức độ trung bình 26.15% gấp hơn hai lần so với mức tốt, trong khi đó, tỉ lệ yếu của năng lực này còn lớn, chiếm 44.14%.

Về phát triển tư duy logic trong quá trình học Toán, thấy rằng, tỉ lệ tốt và khá ở mức gần như nhau đều trên 18% ; Đối với mức độ trung bình chiếm 24.06%, và mức độ yếu là 38.91%. Như vậy, tôi thấy trong quá trình giải quyết tình huống thực tiễn, sử dụng ngôn ngữ trong hoạt động học tập đã phát triển tư duy logic, tuy nhiên mức độ tốt và khá vẫn còn thấp, chúng ta cần có biện pháp hợp lí tác động phát triển năng lực tư duy logic của học sinh.

Đánh giá được mức độ sử dụng ngôn ngữ tự nhiên và ngôn ngữ toán học của mình trong quá trình học tập. Tôi thấy rằng, tỉ lệ chỉ từ 12.97% đến 14.23% cho mức độ tốt và khá, điều này thể hiện rõ ràng, học sinh vẫn còn yếu trong việc tự đánh giá lại quá trình sử dụng ngôn ngữ của bản thân, yếu trong việc nhận ra lỗi ngôn ngữ và tìm cách khắc phục. do vậy, tỉ lệ trung bình ở năng lực này là 32.22% và yếu còn cao ở 40.59%.

Như vậy, vấn đề về năng lực ngôn ngữ toán học của học sinh cần được bồi dưỡng hơn nữa trong quá trình học tập.

▪ Đánh giá bởi giáo viên

Quan kết quả khảo sát, chúng tôi thấy rằng, đối với năng lực sử dụng ngôn ngữ trong quá trình mô hình hóa toán học, học sinh thể hiện năng lực như sau: tốt 30.16%, khá 19.05%, trung bình 21.43% và yếu 29.37%. Như vậy, có thể thấy, ở năng lực ngôn ngữ, học sinh đã thể hiện tốt hơn. Tuy nhiên, mức độ yếu vẫn chiếm tỉ lệ cao. Do vậy, vẫn cần thiết bồi dưỡng năng lực ngôn ngữ cho học sinh trong quá trình học tập và mô hình hóa toán học. Một số giáo viên nói rằng, họ nhận thấy, nhiều học sinh có vốn trải nghiệm phong phú, những học sinh này thể hiện ngôn ngữ trong quá trình học tập mô hình hóa tốt hơn các học sinh có vốn trải nghiệm ít, nhiều học sinh thể hiện ngôn ngữ ở các ngành khác toán rất tốt.

2.2.3. Thực trạng năng lực xây dựng mô hình toán học

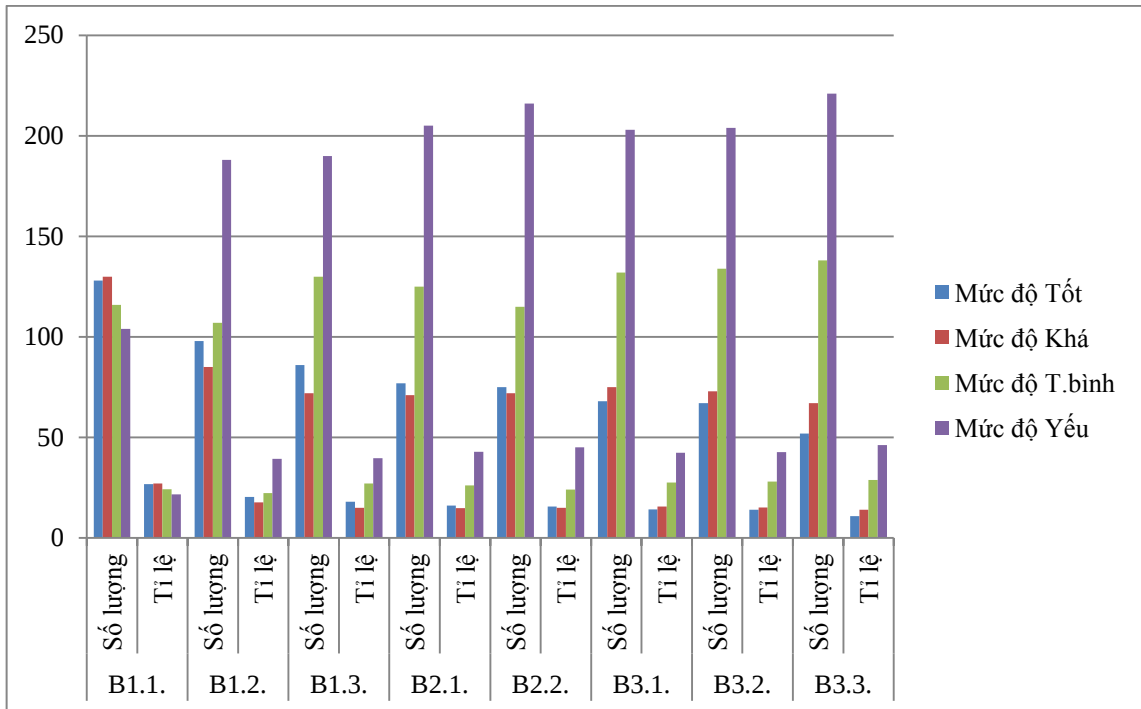
▪ Đánh giá bởi học sinh

Bảng 2.3. Thực trạng năng lực xây dựng mô hình toán học

		N= 478					
Tiêu chí đánh giá	Số lượng/ Tỉ lệ	Mức độ				Điểm TB	Thứ tự
		Tốt	Khá	T.bình	Yếu		
B1.1.	Số lượng	128	130	116	104	2.59	1
	Tỉ lệ %	26.78	27.20	24.27	21.76		
B1.2.	Số lượng	98	85	107	188	2.19	2
	Tỉ lệ %	20.50	17.78	22.38	39.33		
B1.3.	Số lượng	86	72	130	190	2.11	3
	Tỉ lệ %	17.99	15.06	27.20	39.75		
B2.1.	Số lượng	77	71	125	205	2.04	4
	Tỉ lệ %	16.11	14.85	26.15	42.89		
B2.2.	Số lượng	75	72	115	216	2.01	6
	Tỉ lệ %	15.69	15.06	24.06	45.19		
B3.1.	Số lượng	68	75	132	203	2.02	5
	Tỉ lệ %	14.23	15.69	27.62	42.47		
B3.2.	Số lượng	67	73	134	204	2.01	7
	Tỉ lệ %	14.02	15.27	28.03	42.68		
B3.3.	Số lượng	52	67	138	221	1.90	8
	Tỉ lệ %	10.88	14.02	28.87	46.23		

Ghi chú

- + “B1.1. Tóm lược nội dung vấn đề.
- + B1.2. Chỉ ra những đối tượng chính tác động đến bản chất của vấn đề.
- + B1.3. Phát hiện ra quy luật của tình huống thực tiễn.
- + B2.1. Xác định yếu tố trọng tâm của tình huống.
- + B2.2. Xác lập mối quan hệ giữa các đối tượng trong vấn đề.
- + B3.1. Biểu diễn các yếu tố (đại lượng) thực tế bằng ký hiệu, khái niệm toán học;
- + B3.2. Biểu đạt các mối quan hệ bằng các mệnh đề toán học, các biểu thức chứa biến.
- + B3.3. Biểu đạt các mối quan hệ bằng đồ thị, biểu đồ,..”



Biểu đồ 2.3. Thể hiện các năng lực xây dựng mô hình toán học

Qua khảo sát, số liệu tại Bảng 2.3 và Biểu đồ 2.3 trên cho thấy:

Tỉ lệ học sinh có năng lực tóm lược vấn đề từ bối cảnh ở mức tốt và khá chiếm 26.78%, 27.2%. Đối với mức độ trung bình và yếu ở mức từ 21% đến trên 24%. Qua đó thấy, học sinh phần lớn có quen với các vấn đề thực từ các bối cảnh cuộc sống đời thường, và nhiều học sinh nhanh chóng tóm lược được vấn đề. Hơn nữa năng lực nhận ra đối tượng chính trong vấn đề thực cũng được học sinh nêu ra, tuy nhiên mức độ tốt và khá lần lượt là 20.50% và 17.78%. Nhưng vẫn còn gần $\frac{1}{2}$ số học sinh được hỏi nói mình yếu trong khả năng nhìn nhận đối tượng trung tâm của vấn đề, khó chỉ ra cụ thể đối tượng trung tâm của vấn đề và bản chất của đối tượng.

Để xây dựng được mô hình hóa toán học cho vấn đề thực, việc xác định đối tượng trung tâm vấn đề thực, quy luật của tình huống là rất quan trọng, để từ đó chuyển đổi từ các quan hệ giữa các đối tượng trong vấn đề thực sang đối tượng toán học và mối quan hệ của chúng. Đánh giá năng lực này, tôi thấy, học sinh đạt mức độ tốt và khá là đồng đều ở mức 15%, trung bình là 24.06%, còn đa số vẫn ở mức yếu chiếm 45.19%.

Việc biểu diễn các yếu tố (đại lượng) thực tế bằng ký hiệu, khái niệm toán học; biểu đạt các mối quan hệ bằng các mệnh đề toán học, các biểu thức chứa biến cần vận dụng nhiều kiến thức toán học và liên ngành, cùng với vốn kinh nghiệm, các kỹ năng giải quyết vấn đề. Do vậy, kết quả khảo sát năng lực B3.1, B3.2. cho thấy mức độ tốt và khá tương đối thấp, chiếm trên xấp xỉ 14%. Mức độ trung bình chiếm trên $\frac{1}{4}$ số học sinh được đánh giá chiếm 27% đến 28%. Trong khi đó mức độ yếu chiếm tới trên 42%.

Đối với năng lực B3.3. Biểu đạt các mối quan hệ bằng đồ thị, biểu đồ,... có thể thấy là năng lực yếu nhất trong các thành tố năng lực xây dựng mô hình toán học, đánh giá mức độ tốt chỉ với 10.88%, khá 14.02%. Mức độ trung bình gấp 2 lần mức khá chiếm 28.87%, trong khi đó mức độ trung bình là quá lớn chiếm tới 46.23%.

▪ **Đánh giá bởi giáo viên**

Qua số liệu, chúng tôi được biết, chỉ với 26/126 giáo viên (19.05%) nói rằng học sinh thể hiện tốt năng lực xây dựng mô hình toán học, gần mức này là mức khá và trung bình chiếm 15.87% và 17.46%. Trong khi đó, thể hiện mức độ yếu chiếm một tỉ lệ cao là 47.62%. Như vậy, rõ ràng, năng lực xây dựng mô hình toán học của học sinh là một vấn đề lớn cần quan tâm. Chúng ta cần tìm giải pháp hiệu quả giúp học sinh có năng lực tốt hơn trong xây dựng mô hình toán học.

Một số giáo viên nói rằng, do bản thân nhiều học sinh chưa hiểu và chưa biết vận dụng mô hình hóa toán học cho giải quyết nhiệm vụ nên việc xây dựng mô hình toán học đối với họ là lạ, đôi khi là không hiểu. Vì vậy, trước tiên cần giúp học sinh hiểu mô hình hóa toán học là cần thiết trong giải quyết nhiệm vụ thực tiễn, khi họ hiểu về mô hình hóa, họ biết nên ứng dụng quy trình mô hình hóa toán học vào giải quyết nhiệm vụ, lúc đó năng lực xây dựng mô hình toán học sẽ được tăng cường.

Nhìn chung, tôi thấy rằng, trong các thành tố năng lực xây dựng mô hình toán học, phần lớn học sinh vẫn còn yếu. Như vậy, tôi có căn cứ để nói rằng, bồi dưỡng năng lực xây dựng mô hình toán học cho học sinh là việc cần được thực hiện trong quá trình học tập.

2.2.4. Thực trạng năng lực làm việc với mô hình toán học

▪ Đánh giá bởi học sinh

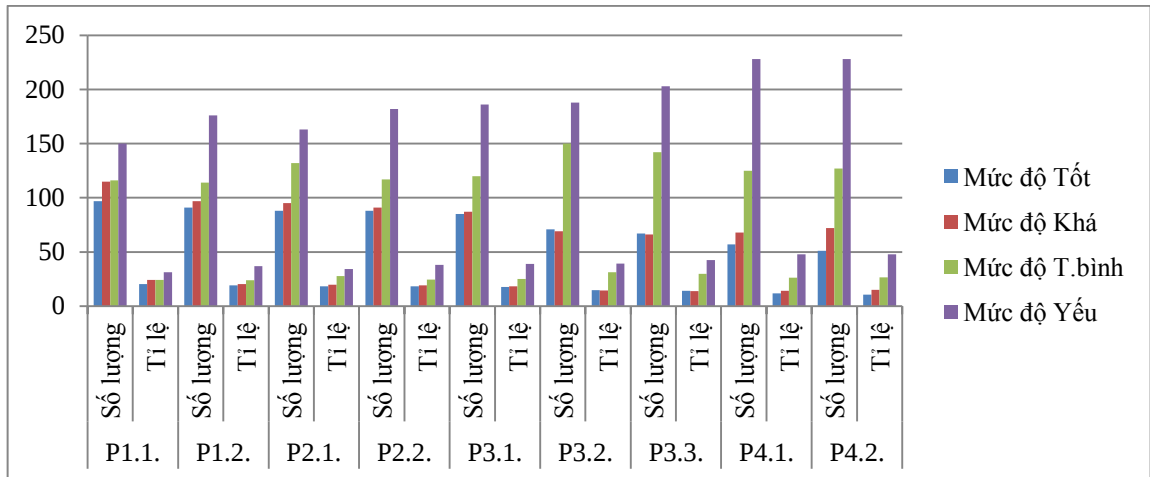
Bảng 2.4. Thực trạng năng lực làm việc với mô hình toán học

N= 478

Tiêu chí đánh giá	Số lượng/ Tỉ lệ	Mức độ				Điểm TB	Thứ tự
		Tốt	Khá	T.bình	Yếu		
P1.1.	Số lượng	97	115	116	150	2.33	1
	Tỉ lệ %	20.29	24.06	24.27	31.38		
P1.2.	Số lượng	91	97	114	176	2.22	3
	Tỉ lệ %	19.04	20.29	23.85	36.82		
P2.1.	Số lượng	88	95	132	163	2.23	2
	Tỉ lệ %	18.41	19.87	27.62	34.10		
P2.2.	Số lượng	88	91	117	182	2.18	4
	Tỉ lệ %	18.41	19.04	24.48	38.08		
P3.1.	Số lượng	85	87	120	186	2.15	5
	Tỉ lệ %	17.78	18.20	25.10	38.91		
P3.2.	Số lượng	71	69	150	188	2.05	6
	Tỉ lệ %	14.85	14.44	31.38	39.33		
P3.3.	Số lượng	67	66	142	203	1.99	7
	Tỉ lệ %	14.02	13.81	29.71	42.47		
P4.1.	Số lượng	57	68	125	228	1.90	8
	Tỉ lệ %	11.92	14.23	26.15	47.70		
P4.2.	Số lượng	51	72	127	228	1.89	9
	Tỉ lệ %	10.67	15.06	26.57	47.70		

Ghi chú

- + “P1.1. Tóm lược vấn đề ngắn gọn, chính xác bằng ngôn ngữ tự nhiên.
- + P1.2. Xác định đối tượng trung tâm của vấn đề, các thuộc tính, mối liên hệ liên quan giữa các đối tượng.
- + P2.1. Xác định hệ thống tri thức toán học có thể vận dụng.
- + P2.2. Xây dựng mối quan hệ toán học giữa các đối tượng toán học, giải quyết vấn đề toán học.
- + P3.1. Giải thích kết quả theo quá trình giải toán.
- + P3.2. Giải thích kết quả thực tiễn.
- + P3.3. So sánh, giải thích kết quả giữa cách giải toán học và thực tiễn.
- + P4.1. Đề xuất các vấn đề liên quan có thể mô hình hóa.
- + P4.2. Thay đổi dữ liệu ban đầu của vấn đề thực, đề xuất hiệu chỉnh mô hình toán học phù hợp cho vấn đề”.



Biểu đồ 2.4. Thể hiện các năng lực làm việc với mô hình toán học

Dựa theo số liệu khảo sát từ Bảng 2.4 và Biểu đồ 2.4 trên tôi thấy rằng:

Năng lực học sinh tóm lược vấn đề ngắn gọn, chính xác bằng ngôn ngữ tự nhiên được đánh giá tốt với tỉ lệ 20.29%, đồng đều với hai mức khá và trung bình ở trên xấp xỉ 24%, trong số học sinh được hỏi có khoảng 1/3 học sinh (31.38%) có mức đánh giá yếu, nhiều học sinh ở mức này nói rằng, họ ít quan tâm đến các vấn đề thực trong bối cảnh, họ chỉ quan tâm những bài toán và các thuật giải có sẵn trong sách giáo khoa.

Đối với năng lực P1.2. Xác định đối tượng trung tâm của vấn đề, các thuộc tính, mối liên hệ liên quan giữa các đối tượng, kết quả học sinh đã thể hiện mức độ tốt và khá là gần nhau từ 19% đến 20%. Cao nhất vẫn là mức độ yếu chiếm 36.82%, tức là phần lớn học sinh còn yếu trong nhìn nhận các đối tượng chính của vấn đề, yếu về khả năng tách bỏ cái tác động chính và phụ có thể bỏ qua của vấn đề thực.

Về năng lực P2.1. Xác định hệ thống tri thức toán học có thể vận dụng được học sinh thể hiện qua quá trình khảo sát cho thấy, học sinh vẫn chưa đạt được nhu kỳ vọng của nhiều giáo viên, số học sinh có khả năng huy động kiến thức toán học, kinh nghiệm bản thân vào vận dụng là chưa cao. Còn đối với năng lực P2.2. Xây dựng mối quan hệ toán học giữa các đối tượng toán học, giải quyết vấn đề toán học cũng cần được quan tâm nhiều hơn, khi mà tỉ lệ tốt chỉ chiếm 18.41%, và trung bình chiếm trên 38%.

Tuy vậy, khi đã đưa được về mô hình toán học, thông qua các biểu diễn toán học, học sinh đã thực hiện giải quyết bài toán Năng lực giải thích kết quả theo quá trình giải toán theo điều tra cho thấy, mức độ tốt và khá chiếm từ trên 17% đến trên 18%, trung bình là 25.10% và yếu là 38.91%. Nhưng quay lại với kết quả thực tiễn, học sinh lại gặp khó khăn khi giải thích, bởi vốn kiến thức, kinh nghiệm còn hạn chế, vì vậy, đánh giá tốt và khá ở mức trên 14%, trong khi đó trung bình là 31.38% và yếu là 39.33%. Vì vậy, kéo theo việc kết quả không cao

về năng lực P3.3. So sánh, giải thích kết quả giữa cách giải toán học và thực tiễn, cũng như năng lực P4.1. Đề xuất các vấn đề liên quan có thể mô hình hóa và năng lực P4.2. Thay đổi dữ liệu ban đầu của vấn đề thực, đề xuất hiệu chỉnh mô hình toán học phù hợp cho vấn đề.

▪ **Đánh giá bởi giáo viên**

Từ kết quả khảo sát, chúng tôi nhận được, 21.43% nói rằng, học sinh của họ thể hiện tốt khi làm việc cùng mô hình toán học, mức độ khá và trung bình lần lượt là 15.08% và 17.46%, mức độ yếu chiếm tỉ lệ cao với 46.03%. Như vậy, có thể thấy, năng lực của học sinh làm việc với mô hình toán học còn nhiều hạn chế. Giải thích cho vấn đề này, nhiều giáo viên nói rằng, khi học sinh khó khăn trong nhận diện các tình huống có thể thực hiện mô hình hóa toán học, khó khăn trong ngôn ngữ diễn đạt từ thực tiễn cuộc sống vào toán học và ngược lại; học sinh khó khăn trong xây dựng mô hình toán học. Vì đó, kéo theo sự khó khăn trong năng lực của học sinh làm việc với mô hình toán học.

Từ những phân tích kết quả khảo sát, tác giả luận án cho rằng, năng lực học sinh làm việc với mô hình toán học đang còn nhiều hạn chế. Vì vậy, cần có biện pháp phù hợp cho bồi dưỡng năng lực làm việc với mô hình toán học của học sinh, giúp nâng cao chất lượng học toán nói chung.

2.2.5. Thực trạng năng lực đánh giá và năng lực điều chỉnh mô hình

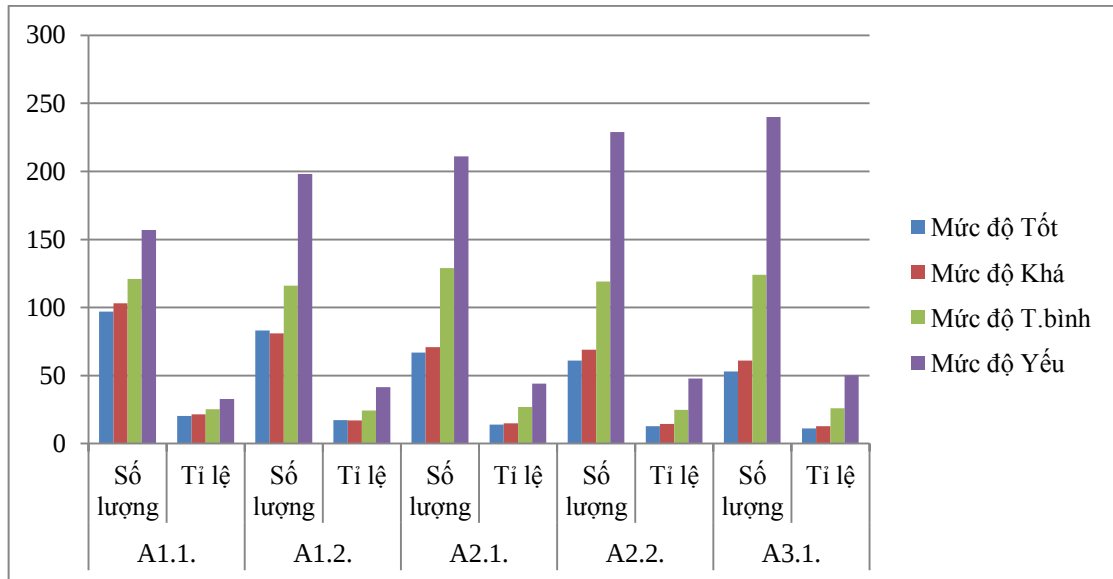
▪ **Đánh giá bởi học sinh**

Bảng 2.5. Thực trạng năng lực đánh giá, năng lực điều chỉnh mô hình

Tiêu chí đánh giá	Số lượng/ Tỉ lệ	Mức độ				Điểm TB	Thứ tự
		Tốt	Khá	T.bình	Yếu		
A1.1.	Số lượng	97	103	121	157	2.29	1
	Tỉ lệ %	20.29	21.55	25.31	32.85		
A1.2.	Số lượng	83	81	116	198	2.10	2
	Tỉ lệ %	17.36	16.95	24.27	41.42		
A2.1.	Số lượng	67	71	129	211	1.99	3
	Tỉ lệ %	14.02	14.85	26.99	44.14		
A2.2.	Số lượng	61	69	119	229	1.92	4
	Tỉ lệ %	12.76	14.44	24.90	47.91		
A3.1.	Số lượng	53	61	124	240	1.85	5
	Tỉ lệ %	11.09	12.76	25.94	50.21		

Ghi chú

- + “A1.1. Đưa ra kết quả giải toán.
- + A1.2. Lí giải kết quả toán học và kết quả thực tiễn.
- + A2.1. Chỉ ra hạn chế mô hình hiện tại.
- + A2.2. Phân tích lí do cho các hạn chế trong mô hình.
- + A3.1. Đề xuất phương án cải tiến mô hình”.



Biểu đồ 2.5. Thể hiện năng lực đánh giá, năng lực điều chỉnh mô hình

Thông qua kết quả khảo sát Bảng 2.5 và Biểu đồ 2.5 trên tôi thấy rằng:

Học sinh còn yếu về khả năng lí giải kết quả toán học và kết quả thực tiễn; chỉ có một số ít học sinh có thể chỉ ra được hạn chế mô hình hiện tại và phân tích lí do cho các hạn chế trong mô hình. Trong số đó, chỉ một tỉ lệ nhỏ học sinh có thể đề xuất phương án cải tiến mô hình. Nhìn chung các năng lực thành tố này thể hiện ở mức độ tốt và khá là thấp, mức độ tốt A1.1. là 20.29%, tốt ở A1.2. là 17.36%. Đối với A2.1, A2.2, A3.1 mức độ tốt chỉ từ 11.09% đến 14.02%. Mức độ khá của những năng lực này phân ở tỉ lệ 12% đến 16%, và cao nhất A1.1. là 21.55%. Số học sinh đạt mức độ trung bình ở toàn bộ các năng lực này là gần như nhau, ở mức xấp xỉ 25%. Trong khi đó mức độ yếu của các năng lực đánh giá và năng lực điều chỉnh mô hình vẫn còn cao, cao nhất là năng lực A3.1. là 50.21%.

▪ Đánh giá bởi giáo viên

Đối với năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình, chúng tôi nhận thấy, học sinh còn rất nhiều hạn chế. Có tới gần 40% thể hiện ở mức độ yếu, rõ ràng, đây là một vấn đề cần được khắc phục trong thời gian tới. Bản thân các học sinh nói đến năng lực đánh giá là hầu như chưa được bồi dưỡng, tình trạng hiện nay tại nhiều trường phổ thông vẫn quen với đánh giá một chiều từ giáo viên, chưa xác định được đúng mục tiêu đánh giá và chưa vận dụng được nhiều hình thức đánh giá hiện đại vào quá trình dạy và học. Nhiều giáo viên nói rằng, “tự đánh giá là rất quan trọng trong quá trình học tập nói chung và quá trình mô hình hóa toán học

nói riêng, nhờ vào việc tự đánh giá tốt sẽ kéo theo năng lực điều chỉnh bản thân của học sinh về cách học, từ đó học sinh có thể nâng cao năng lực tự điều chỉnh mô hình toán học cho phù hợp hơn”.

Có thể nói rằng, học sinh rất yếu trong năng lực đánh giá quá trình mô hình hóa toán học của bản thân cũng như phản biện đối với các mô hình do người khác xây dựng. Việc thực hiện điều chỉnh mô hình gần như là thiếu trong quá trình giải quyết vấn đề thực của học sinh.

2.3. Thực trạng bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học phổ thông

• Công tác bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh

Qua trao đổi cùng các giáo viên hiện tại đang trực tiếp giảng dạy Toán trong nhà trường THPT. Chúng tôi nhận được kết quả không khả quan trong vấn đề bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT.

Với câu hỏi: Theo thầy (cô), học sinh có cần thiết bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học?

Tôi nhận được 47/126 giáo viên (chiếm 37.3%) nói không cần thiết; 40/126 giáo viên (31.75%) nói rằng, nó là ít cần thiết; 27/126 giáo viên (21.43%) cho là cần thiết; và với 12/126 giáo viên (9.52%) khẳng định việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT là rất cần thiết.

Với câu hỏi: Theo thầy (cô), năng lực mô hình hóa toán học có hỗ trợ cho việc tự rèn luyện và phát triển năng lực bản thân và nâng cao kết quả học tập Toán của học sinh?

Tôi nhận được 45/126 giáo viên (35.71%) nói không hỗ trợ; 41/126 giáo viên (32.54%) nói rằng, nó có hỗ trợ nhưng mức độ ít; 24/126 giáo viên (19.05%) nói rằng, năng lực mô hình hóa toán học có hỗ trợ cho việc tự rèn luyện và phát triển năng lực bản thân và nâng cao kết quả học tập Toán của học sinh; và với 16/126 giáo viên (12.7%) khẳng định việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh là cần thiết, nó hỗ trợ rất nhiều cho chính bản thân mỗi học sinh về các kỹ năng giải quyết vấn đề thực tiễn, giúp vận dụng kinh nghiệm bản thân và kiến thức toán học cho thực hiện nhiệm vụ.

Với câu hỏi: Theo thầy (cô) việc phát triển năng lực mô hình hóa toán học của học sinh thông qua rèn luyện và phát triển năng lực mô hình hóa trong Đại số có thiết thực không?

Phía các giáo viên đã có những tâm sự, chia sẻ khác nhau. Cơ 46/126 giáo viên (36.51%) cho rằng, nó không thiết thực; 36/126 giáo viên (28.57%) nói rằng, nó ít cần thiết; và 29/126 giáo viên (23.02%) cho rằng nó cần thiết; Tuy nhiên, vẫn có 15/126 giáo viên (11.09%) nói rằng, “việc phát triển năng lực mô hình hóa toán học của học sinh thông qua rèn luyện và phát triển năng lực mô hình hóa trong Đại số là rất thiết thực. Nhiều giáo viên nói rằng, tuy họ biết những lợi ích của mô hình hóa toán học và việc học sinh có năng lực mô hình hóa toán học là rất tốt. Tuy nhiên, do nhiều lí do khách quan và chủ quan mà giáo viên chưa có động lực mạnh mẽ để thực hiện việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT”.

Tiếp tục tham vấn các giáo viên Toán tham gia vào nghiên cứu và thực nghiệm, đa số giáo viên cho rằng, “họ chưa có thời gian rèn luyện năng lực mô hình hóa toán học của học sinh qua nội dung Đại số, họ nói rằng, năng lực mô hình hóa toán học mà học sinh thể hiện được là do học sinh tự rèn luyện trong các giờ học trên lớp và rèn luyện thông qua các bối cảnh thực tiễn”.

• **Tham vấn chuyên gia giáo dục và nhà quản lý giáo dục về công tác bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT**

Qua tham vấn 11 chuyên gia giáo dục về các biện pháp mà tác giả luận án dự kiến sẽ thực hiện trong nghiên cứu.

Trong số 11 chuyên gia, có 5 thành viên đã có những chia sẻ với tác giả luận án về việc cần nâng cao nhận thức của học sinh về ứng dụng quá trình mô hình hóa toán học vào giải quyết các vấn đề thực tiễn cuộc sống, chuyên gia nói rằng, không nên gượng ép học sinh phải yêu thích mô học nào mà phải hướng học sinh thấy được niềm đam mê từ mô học, qua đó khơi gợi trí tò mò, niềm đam mê được khám phá, học hỏi và tham gia giải quyết vấn đề trong cuộc sống. Do vậy, nếu xây dựng được biện pháp để nâng cao nhận thức của học sinh về ứng dụng mô hình hóa toán học vào giải quyết nhiều vấn đề trong cuộc sống, điều này sẽ giúp nâng cao năng lực mỗi học sinh về mô hình hóa toán học nói riêng và năng lực toán học nói chung.

Với 09/11 chuyên gia nói rằng, năng lực nhận diện tình huống trong thực tiễn có thể mô hình hóa toán học là rất quan trọng, đây là khởi nguồn cho quá trình mô hình hóa toán học, mặt khác bản thân học sinh hiện nay về năng lực nhận diện tình huống có thể mô hình hóa toán học là chưa tốt. Vì vậy, chuyên gia gợi ý việc đưa ra biện pháp trực tiếp để tác động đến năng lực này trong nghiên cứu.

Ngoài ra, năng lực ngôn ngữ cũng được 4 chuyên gia đề cập đến, họ nói rằng, việc giải quyết các vấn đề thực tiễn thường được tóm lược và đơn giản lại, sẽ lược bớt các yếu tố không ảnh hưởng tới kết quả, chỉ tập trung vào yếu tố bản chất, vậy cần có năng lực ngôn ngữ cho chuyển đổi từ ngôn ngữ thực tiễn đời thường sang ngôn ngữ toán học và ngược lại. Chúng ta sẽ giải quyết nhiệm vụ trên mô hình toán học. Vì vậy, tác giả luận án nên quan tâm tới việc bồi dưỡng năng lực ngôn ngữ cho học sinh.

Có 3/11 chuyên gia đề xuất nên xây dựng một biện pháp có tham gia giải quyết nhiệm vụ thông qua dự án học tập. Chúng ta nên thực hiện việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh ngay chính trong quá trình thực hiện dự án. Điều này rất hữu ích bởi sự lôi cuốn của dự án với học sinh và chúng ta không cần tách biệt các thành tố năng lực mô hình hóa toán học để bồi dưỡng một cách riêng lẻ. Bởi mục tiêu cuối cùng là học sinh có năng lực làm việc, tạo ra sản phẩm, giúp ích cho cuộc sống và xã hội.

2.4. Đánh giá chung về thực trạng bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT

• Ưu điểm

Dựa vào kết quả khảo sát, cụ thể ở một số năng lực cốt lõi, tôi thấy rằng, học sinh THPT có một số ưu điểm, cụ thể như:

- Tự tin, tích cực tham gia các hoạt động học tập trong và ngoài lớp học.
- Đam mê, tìm tòi, khám phá những vấn đề trong bối cảnh thực.
- Có lợi thế trong học tập với ứng dụng công nghệ thông tin và truyền thông, nhanh biết cách sử dụng các sản phẩm công nghệ phục vụ hoạt động học tập và cuộc sống.
- Đa số các em có vốn trải nghiệm, đôi lúc đã vận dụng vào trong giải quyết bài toán.

Do vậy, khi có cơ hội được bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học, hầu như toàn bộ học sinh trong lớp sẽ rất hào hứng tham gia, bởi họ nghĩ rằng, họ sẽ được giải quyết các vấn đề thực tiễn, họ được trải nghiệm, thử thách.

• Hạn chế

Dựa vào thực tiễn giảng dạy, kết quả khảo sát, tôi thấy học sinh THPT, bên cạnh những ưu điểm thì còn một số hạn chế:

Về phía học sinh: Trong lúc giải quyết bài toán thực, học sinh đôi lúc quá tập trung vào các hiện tượng không phải bản chất, bỏ qua yếu tố bản chất của đối tượng. Từ đó, chuyển đổi từ vấn đề thực sang mô hình toán học gặp khó khăn, đôi lúc là thất bại; Nhiều học sinh thiếu kiên trì, khi chuyển đổi từ bài toán thực sang mô hình toán học nếu thấy khó khăn là dừng lại và bỏ qua.

Tức là, năng lực chuyển đổi ngôn ngữ trong cuộc sống với ngôn ngữ toán học và ngược lại của học sinh là chưa tốt, đây là bước cơ bản đầu tiên học sinh cần phải vượt qua trong việc giải quyết tính huống có vấn đề trong bối cảnh thực.

Học sinh gặp khó khăn trong xác định chiến lược giải khi đứng trước tình huống có vấn đề cần giải quyết.

Thực tế cho thấy, các thành tố năng lực mà tác giả luận án mạnh dạn nêu ra tại Chương 1, và thông qua quá trình khảo sát. Chúng tôi nhận thấy, các thành tố trên sẽ không tách bạch rõ ràng trong quá trình vận dụng mô hình hóa toán học cho giải quyết các tình huống trong bối cảnh thực. Các năng lực này, đều được vận dụng trong một vài thời điểm khi học sinh giải quyết vấn đề. Vì vậy, để bồi dưỡng các thành tố của năng lực mô hình hóa, theo tác giả luận án, chúng ta cần tập trung vào việc cho học sinh tập giải quyết các tình huống có vấn đề trong bối cảnh thực, học sinh chọn lọc, đánh giá lời giải. Bởi thực trạng, học sinh đang yếu trong hoạt động này, không phải đưa ra được lời giải cho bài toán là hoàn thành nhiệm vụ, giải quyết các tình huống trong bối cảnh thực còn cần phải xem xét lời giải đó có thể thực hiện được trong thực tế hay không!

Về phía giáo viên: Công tác bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh dường như bị lãng quên trong quá trình dạy học. Trong nhà trường, chưa có một quy định cụ thể về việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh, vì vậy, việc giáo viên tìm cách bồi dưỡng năng lực này cho học sinh một cách chủ động là không có.

• Nguyên nhân của hạn chế

Dựa vào kết quả khảo sát, phân tích, tôi thấy rằng, nguyên nhân dẫn đến một số hạn chế nêu trên là do một số nguyên nhân sau:

Nhiều học sinh chưa thấy được tính hữu ích của hoạt động mô hình hóa toán học vận dụng trong thực tiễn. Vì vậy, học sinh chưa tìm được hứng thú và động lực để tự học, tự bồi dưỡng năng lực mô hình hóa của bản thân.

Việc tìm kiếm các tình huống có vấn đề trong bối cảnh thực phù hợp với lứa tuổi, kiến thức, phù hợp với mục tiêu giáo dục, trong đó ẩn chứa dụng ý sư phạm, tri thức toán học cần chiếm lĩnh là rất mất công sức, thời gian, và thiết bị phục vụ.

Chưa có quy định, yêu cầu cụ thể về việc giáo viên bộ môn Toán cần bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh.

Tại các trường phổ thông thiếu các phong trào vận dụng kiến thức được học vào giải quyết các nhiệm vụ thực tế, do vậy, học sinh rất ít có điều kiện được học, được trải nghiệm và thực hành.

Với cách học như hiện nay trong các nhà trường THPT tại Việt Nam, đa số học sinh học tập với khối lượng kiến thức rất lớn, nhưng thời lượng để học sinh được vận dụng chúng vào giải quyết các nhiệm vụ thực tế lại quá ít, không tương xứng với những lí thuyết học được trên lớp.

Hiện nay, vẫn có một số giáo viên Toán THPT còn bỡ ngỡ về khái niệm mô hình hóa toán học, vậy làm sao có thể bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh. Đây là điều bất cập mà bản thân tác giả luận án suy nghĩ cần có hướng khắc phục.

Kết luận Chương 2

Trong Chương này, tác giả luận án đã thực hiện khảo sát 126 giáo viên dạy Toán và 478 học sinh THPT tại 10 trường trung học phổ thông; tham vấn 11 chuyên gia giáo dục để có những nhận định về thực trạng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh và công tác bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh.

Dựa vào khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông (tại Chương 1), tác giả luận án đã đánh giá thực trạng cụ thể các thành tố năng lực. Kết quả cho thấy:

- + Nhận thức của học sinh về tính hữu dụng của mô hình hóa toán học còn yếu, học sinh chưa thấy được tiềm năng của quá trình mô hình hóa toán học trong giải quyết các nhiệm vụ thực tiễn. Học sinh còn yếu trong năng lực nhận diện tình huống có thể mô hình hóa toán học, đây là một điểm quan trọng của giải quyết nhiệm vụ thực tiễn, lí giải cho hạn chế này, bởi học sinh đã bỏ ra quá nhiều thời gian cho học tập trên lớp và các kiến thức trong sách giáo khoa, học sinh thiếu những va chạm thực tiễn, thiếu thời gian và thiếu động lực tham gia giải quyết nhiệm vụ.

- + Tương tự năng lực nhận diện tình huống, các thành tố năng lực như: “năng lực ngôn ngữ toán học; năng lực xây dựng mô hình toán học; năng lực làm việc với mô hình toán học và năng lực đánh giá, chỉnh sửa mô hình” được học sinh thể hiện không tốt.

Nhìn chung, học sinh thiếu cơ hội được vận dụng kiến thức đã học, vốn trải nghiệm cuộc sống vào thực hiện các nhiệm vụ, vì vậy, khi học sinh đưa ra giải pháp để giải quyết tình huống, học sinh thiếu vốn trải nghiệm, thường bỏ qua việc chọn lựa và đánh giá lời giải, liệu lời giải đó có thực sự phù hợp trong thực tiễn!

Dựa vào kết quả khảo sát, phân tích; dựa vào ý kiến tham vấn từ các chuyên gia giáo dục. Tác giả luận án tiếp tục chỉnh sửa khung năng lực thể hiện tại Chương 1 để phù hợp hơn với thực tiễn giảng dạy trong các nhà trường phổ thông, phù hợp hơn với tình hình thực tế về năng lực mô hình hóa toán học của học sinh.

Tuy nhiên, với khuôn khổ trong nghiên cứu của một luận án, tác giả biết vẫn còn một số hạn chế mà khó giải quyết được hết, chẳng hạn, đánh giá với mẫu lớn hơn để có những căn cứ thuyết phục hơn.

Cùng với các ý kiến của chuyên gia, tác giả luận án sẽ mạnh dạn đề xuất một số biện pháp sư phạm với mục tiêu nâng cao năng lực mô hình hóa toán học của học sinh.

**Chương 3. ĐỀ XUẤT KHUNG NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC
VÀ BIỆN PHÁP SỬ PHẠM BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN
HỌC CHO HỌC SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
TRONG DẠY HỌC ĐẠI SỐ**

3.1. Khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông

Dựa vào các nghiên cứu lí thuyết [8], [56], [20], [58], [48], [1], [7], [4], [3]... Dựa vào kết quả đánh giá thực trạng về năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT [9]; Dựa vào khung chương trình giáo dục phổ thông (tháng 12 năm 2018), trong đó có năng lực mô hình hóa toán học; Dựa vào các ý kiến góp ý của các chuyên gia, nhà quản lý giáo dục về khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh. Chúng tôi đã hiệu chỉnh và chi tiết hơn từ mô tả năng lực mô hình hóa toán học Chương 1.

Sau đây là đề xuất khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT:

Bảng 3.1. Khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh

Năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn	
Tiêu chí	Chỉ báo
I1. Quan sát	I1.1. “Quan sát tình huống thực tiễn” I1.2. Quan sát yếu tố ảnh hưởng
I2. “Liên tưởng, kết nối các ý tưởng toán học với các yếu tố thực tiễn”.	I2.1. Hình thành liên hệ giữa những gì học sinh thấy và biết. I2.2. Tăng cường vốn kiến thức.
I3. “Năng lực ước tính, dự đoán các kết quả của tình huống”.	I3.1. Dự đoán kết quả của mỗi giai đoạn giải quyết. I3.2. “Dự đoán kết quả tình huống mô hình hóa toán học”.
Năng lực sử dụng ngôn ngữ trong quá trình mô hình hóa toán học	
Tiêu chí	Chỉ báo
L1. Diễn đạt vấn đề trong thế giới thực	L1.1. Nhận dạng được vấn đề toán học, sử dụng được kiến thức toán liên quan. L1.2. “Diễn đạt lại tình huống bằng ngôn ngữ tự nhiên ngắn gọn chính xác”.
L2. “Sử dụng ngôn ngữ toán học”	L2.1. “Suy luận logic chính xác và chặt chẽ trong học tập và nghiên cứu Toán học”. L2.2. “Tiếp nhận kiến thức, hiểu và sử dụng chính xác những thuật ngữ, kí hiệu và các biểu diễn toán học”. L2.3. “Phát triển tư duy logic trong quá trình học Toán”.
L3. “Diễn đạt một vấn đề dưới nhiều hình thức khác nhau”	L3.1. “Nhìn vấn đề với nhiều góc độ, phát biểu lại vấn đề với các cách khác nhau”. L3.2. “Đánh giá được mức độ sử dụng ngôn ngữ tự nhiên và toán học của bản thân trong quá trình học tập”.

Năng lực xây dựng mô hình toán học	
Tiêu chí	Chỉ báo
B1. Phát hiện vấn đề	B1.1. Tóm lược nội dung vấn đề. B1.2. Chỉ ra những đối tượng chính tác động đến bản chất của vấn đề. B1.3. “Phát hiện ra quy luật của tình huống thực tiễn”.
B2. Xác định đối tượng trọng tâm trong bối cảnh thế giới thực	B2.1. “Xác định yếu tố trọng tâm của tình huống”. B2.2. “Xác lập mối quan hệ giữa các đối tượng trong vấn đề”.
B3. Biểu diễn	B3.1. “Biểu diễn các yếu tố (đại lượng) thực tế bằng ký hiệu, khái niệm toán học”. B3.2. “Biểu đạt các mối quan hệ bằng các mệnh đề toán học, các biểu thức chứa biến”. B3.3. “Biểu đạt các mối quan hệ bằng đồ thị, biểu đồ,..”
Năng lực làm việc với mô hình toán học	
Tiêu chí	Chỉ báo
P1. Mô tả vấn đề	P1.1. Tóm lược vấn đề ngắn gọn, chính xác bằng ngôn ngữ tự nhiên. P1.2. “Xác định đối tượng trung tâm của vấn đề, các thuộc tính, mối liên hệ liên quan giữa các đối tượng”.
P2. Vận dụng hệ thống toán học	P2.1. “Xác định hệ thống tri thức toán học có thể vận dụng”. P2.2. “Xây dựng mối quan hệ toán học giữa các đối tượng toán học. Giải quyết vấn đề toán học”.
P3. Giải thích kết quả	P3.1. “Giải thích kết quả theo quá trình giải toán”. P3.2. Giải thích kết quả thực tiễn. P3.3. So sánh, giải thích kết quả giữa cách giải toán học và thực tiễn.
P4. Mở rộng vấn đề	P4.1. Đề xuất các vấn đề liên quan có thể mô hình hóa. P4.2. “Thay đổi dữ liệu ban đầu của vấn đề thực, đề xuất hiệu chỉnh mô hình toán học phù hợp cho vấn đề”.
Năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình	
Tiêu chí	Chỉ báo
A1. Kiểm tra, đối chiếu kết quả	A1.1. Đưa ra kết quả giải toán. A1.2. Lí giải kết quả toán học và kết quả thực tiễn.
A2. Phê phán, phát hiện giới hạn của mô hình	A2.1. Chỉ ra hạn chế mô hình hiện tại. A2.2. Phân tích lí do cho các hạn chế trong mô hình.
A3. Điều chỉnh mô hình	A3.1. Đề xuất phương án cải tiến mô hình.

3.2. Biện pháp bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học phổ thông trong dạy học Đại số

Quan điểm chung cho xây dựng biện pháp

Mục đích của các biện pháp xây dựng phải hướng đến “nâng cao năng lực mô hình hóa toán học của học sinh, góp phần quan trọng giúp học sinh lĩnh hội tốt các tri thức, kỹ năng toán học và hoàn thành các nhiệm vụ môn học. Trong tương lai, học sinh có bản lĩnh, kỹ năng thực hiện giải quyết các nhiệm vụ trong thực tiễn”.

Để xây dựng biện pháp sư phạm tác động đến quá trình học tập của học sinh, tôi theo định hướng sau:

1. Các biện pháp bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học phổ thông sẽ được cấu trúc: mục tiêu biện pháp, cơ sở đề xuất biện pháp, hướng dẫn thực hiện biện pháp.

2. Biện pháp sư phạm phải giúp học sinh lĩnh hội tốt các tri thức, kỹ năng toán học và hoàn thành các nhiệm vụ. Trong đó, các biện pháp cụ thể sẽ hướng tới khắc phục khó khăn mà chúng tôi chỉ ra trong phần nghiên cứu thực trạng tại Chương 2.

3. Biện pháp đề xuất mang tính khả thi trong điều kiện của phần lớn các trường trung học phổ thông tại Việt Nam hiện nay, biện pháp cũng cần phù hợp với yếu tố xã hội, đặc điểm kinh tế địa phương.

4. Không đề xuất quá nhiều biện pháp, thiếu tính khả thi. Luận án cố gắng đề xuất 3 biện pháp mà theo chúng tôi là khả thi và đem lại hiệu quả cho quá trình bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học.

Đối với học sinh Trung học phổ thông, chúng tôi nhận thấy, hầu như các học sinh có vốn kiến thức và trải nghiệm, tuy nhiên, quá trình kết nối qua lại giữa tri thức toán học và vấn đề trong thế giới thực là chưa tốt. Vì vậy, nghiên cứu này, cố gắng xây dựng các biện pháp sư phạm bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh.

Dựa vào kết quả khảo sát tại Chương 2, chúng tôi thấy rằng, nếu tìm kiếm đủ các biện pháp cho bồi dưỡng riêng từng thành tố là thiếu tính thực tế và không thể thực hiện. Việc bồi dưỡng các thành tố năng lực, theo chúng tôi cũng sẽ thông qua hệ thống các bài tập có vấn đề, mỗi bài tập có sự khác biệt trong cách giải quyết, vận dụng tri thức. Khi thực hành, học sinh được tác động đến hầu hết các thành tố của năng lực mô hình hóa. Tuy nhiên, 3 biện pháp đề xuất dưới đây, tập trung bồi dưỡng khắc phục những hạn chế mà theo chúng tôi là những rào cản lớn hiện nay khi học sinh học thực hiện mô hình hóa toán học.

3.2.1. Biện pháp 1: Bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ toán học với ngôn ngữ tự nhiên và ngược lại

▪ Mục tiêu của biện pháp

Mục tiêu của biện pháp hướng đến học sinh có khả năng tốt trong chuyển đổi ngôn ngữ tự nhiên với ngôn ngữ toán học và ngược lại, cụ thể:

+ Học sinh có khả năng phát biểu vấn đề trong thực tiễn bằng ngôn ngữ tự nhiên trong cuộc sống, từ đó, phát biểu vấn đề thực tiễn cần giải quyết bằng ngôn ngữ toán học.

+ Ngược lại, từ vấn đề toán học, học sinh liên tưởng đến vấn đề trong cuộc sống và phát biểu được bởi ngôn ngữ tự nhiên.

▪ Cơ sở đề xuất biện pháp

Dạy và học ngôn ngữ toán học là rất quan trọng cho sự phát triển thành thạo toán học. Từ vựng toán học của học sinh là một phần rất quan trọng trong sự phát triển ngôn ngữ của họ và cuối cùng là thành thạo toán học, hiểu từ vựng là một đóng góp chính cho sự hiểu biết tổng thể trong nhiều lĩnh vực nội dung, bao gồm cả toán học. Phương pháp hiệu quả để dạy từ vựng trong tất cả các lĩnh vực nội dung rất đa dạng và lâu đời.

DaPueto và Parenti (1999) [22] khẳng định rằng, việc giảng dạy mà đưa khái niệm vào tình huống, giúp phát triển kỹ năng của học sinh trong việc quản lý sự tương tác giữa một loạt các ngôn ngữ và ngữ nghĩa.

(Neil Mercer & Claire Sams (2006) [59], tuyên bố rằng, làm việc và nói chuyện với các đối tượng trong khi thực hiện các hoạt động toán học có lợi cho việc học của học sinh và phát triển sự hiểu biết toán học.

Để cung cấp môi trường học tập tốt nhất, giáo viên cần đẩy nhanh việc tiếp thu từ học sinh khi họ xây dựng kiến thức khái niệm về toán học. Giáo viên có thể làm điều này bằng cách xác định ngôn ngữ liên quan đến các khái niệm và kiến thức toán học và giảng dạy nó một cách cụ thể trước khi học sinh dự kiến sẽ sử dụng nó trong bối cảnh trừu tượng.

Các nhà nghiên cứu đồng ý rằng, việc dạy ngôn ngữ hiệu quả hơn khi được giới thiệu trong bối cảnh. Nội dung giảng dạy và ngôn ngữ đồng thời tăng tốc học tập trong cả hai. Trọng tâm kép cung cấp nhiều cơ hội để phát biểu lại các khái niệm, ngữ pháp hoặc từ vựng liên quan đến phạm vi học tập đó (Gibbons, 2002).

Sự thay đổi quan trọng xảy ra khi giáo viên chuyển từ xem nhu cầu biết chữ là rào cản đối với việc học toán của học sinh sang xem nhu cầu là cơ hội để hỗ trợ phát triển khả năng giao tiếp toán học của học sinh.

▪ **Hướng dẫn thực hiện biện pháp**

Trong nội dung này, tác giả luận án hướng dẫn thực hiện biện pháp thông qua các ví dụ, bởi lẽ, thông qua các hoạt động giải quyết các tình huống, học sinh ấn tượng được cách mà chúng ta giải quyết, nhất là trong việc chuyển đổi ngôn ngữ. Các hoạt động chuyển đổi ngôn ngữ được lồng ghép trong bối cảnh giải quyết tình huống, khi đó việc chuyển đổi ngôn ngữ tự nhiên và ngôn ngữ toán học sẽ dễ dàng hơn.

Từ các bài tập nhỏ giúp học sinh chuyển dịch ngôn ngữ

Ví dụ: Một cửa hàng có 120 lít rượu nho được lưu trữ trong 141 chai. Một số trong số chúng có thể tích 1 lít, số khác có thể tích 0,7 lít. Do khi đóng chai, nhân viên của cửa hàng đã không chú ý thống kê số lượng từng loại chai và đã chuyển các chai vào hầm ủ. Liệu chúng ta có cách nào để biết được số lượng chai rượu nho mỗi loại?

Mô tả:

<i>Ngôn ngữ tự nhiên</i>	<i>Ngôn ngữ toán học</i>
Tổng số lít rượu đóng trong các chai là 120 lít	Gọi số lượng chai 1 lít và 0.7 lít lần lượt là x, y , khi đó $0 \leq x, y \leq 141$
Tổng số chai 141 chai	$x + y = 141$
Hai loại chai: loại 1 lít và loại 0.7 lít	$x + 0.7y = 120$
Tìm số chai mỗi loại đựng rượu	Tính giá trị x, y

Gọi số lượng chai có dung tích 1lít và 0.7 lít lần lượt là x, y (khi đó $0 \leq x, y \leq 141$)

Ta có:

$$\begin{cases} x + y = 141 \\ x + 0.7y = 120 \end{cases}$$

Khi đó ta được $x = 71; y = 70$

Ví dụ: Tại một cửa hàng sửa chữa điện tử, bác thợ đang sửa một mạch nguồn của chiếc ti vi. Trên bản mạch, bác thợ nhận thấy có 2 điện trở bị cháy và không thể đọc được thông tin của nó ngoài vỏ, bác thợ dựa vào thông tin cung cấp được viết trên hướng dẫn bản mạch, đó là hai điện trở này được mắc nối tiếp và có điện trở cuối cùng là 18Ω , và điện trở tương đương là 4Ω . Em hãy giúp bác thợ tìm ra giá trị (Ω) của mỗi điện trở.

Giải pháp:

Rõ ràng đây là một bài toán vật lí gắn với thực tiễn. Tuy nhiên, để tìm ra kết quả, chúng ta có thể chuyển đổi ngôn ngữ từ thực tiễn sang toán học.

Cụ thể:

Ngôn ngữ tự nhiên	Ngôn ngữ toán học
Giá trị trở kháng của hai điện trở	Gọi trở kháng của từng điện trở là x, y , khi đó $x, y > 0$
Mắc nối tiếp hai điện trở, tổng trở kháng của chúng là 18Ω	$x + y = 18$
Điện trở tương đương là 4Ω .	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$
Tìm giá trị trở kháng của từng điện trở trong bản mạch	Tính giá trị x, y

Từ đó, học sinh biểu diễn mối quan hệ các biến số bởi hệ:

$$\begin{cases} x, y > 0 \\ x + y = 18 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được hai bộ giá trị thỏa mãn (12;6) và (6;12).

Như vậy, việc xác định giá trị trở kháng của từng điện trở đã tìm được thông qua vận dụng mô hình hóa toán học.

Ví dụ: “Chúng tôi muốn có một vườn hoa hình chữ nhật có diện tích $8m^2$ trên một khu đất hình chữ nhật có các cạnh dài 12m và 10m, để các đường viền của mảnh vườn có khoảng cách như nhau các đường viền của khu vực. Xác định các cạnh của mảnh vườn”.

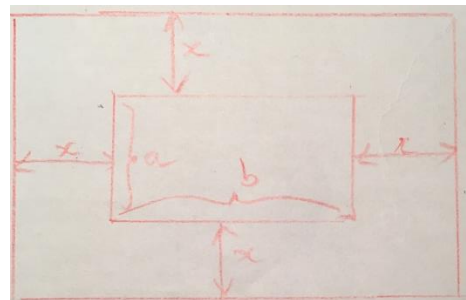
Mô tả:

<i>Ngôn ngữ tự nhiên</i>	<i>Ngôn ngữ toán học</i>
Mảnh đất hình chữ nhật với kích thước 12m*10m	Cho hình chữ nhật ABCD có chiều dài và rộng lần lượt là 12m, 10m
Bên trong mảnh đất làm một vườn hoa cũng hình chữ nhật có diện tích 8m ²	Hình chữ nhật A'B'C'D' bên trong hình ABCD, có $S_{A'B'C'D'} = 8m^2$
Biết rằng các cạnh của vườn hoa cách cạnh tương ứng của mảnh đất là như nhau bằng 2m (xem hình vẽ)	
Tìm kích thước mảnh vườn trồng hoa	Tính độ dài các cạnh của A'B'C'D'

Học sinh cần phác họa vấn đề cần giải quyết ra giấy và tìm cách giải quyết. Rõ ràng, trường hợp này, học sinh nhận ra vấn đề thực tiễn này có thể mô hình hóa toán học, công cụ toán học nên được sử dụng bao gồm: phương trình, hệ phương trình, công thức tính diện tích hình chữ nhật.

Nếu học sinh gọi cạnh của vườn hoa (hình chữ nhật) với chiều dài và chiều rộng lần lượt là a, b và khoảng cách cạnh mảnh vườn cách cạnh của mảnh đất tương ứng là x . Khi đó ta sẽ có:

$$\begin{cases} 0 < a \leq 12, 0 < b \leq 8 \\ a = 12 - 2x \\ b = 10 - 2x \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \leq 12, 0 < b \leq 8 \\ a = 12 - 2x \\ b = 10 - 2x \\ x^2 - 11x + 28 = 0 \end{cases}$$



Giải ra ta được chỉ có $x = 4$ là thỏa mãn, và khi đó $a = 4, b = 2$. Như vậy mảnh vườn trồng hoa có chiều dài 4m, chiều rộng 2m, cạnh vườn hoa cách cạnh tương ứng của mảnh đất là 4m.

Ví dụ. (Tran Viet Cuong and Le Hong Quang, 2017) Cửa hàng bánh cốm Nguyên Ninh số 11 Hàng Than, Thành phố Hà Nội nổi tiếng cả nước, bởi đây là bánh cốm sản xuất thủ công theo công thức gia truyền. Cửa hàng bán bánh cho các dịp lễ tết, đám cưới tại Việt Nam.

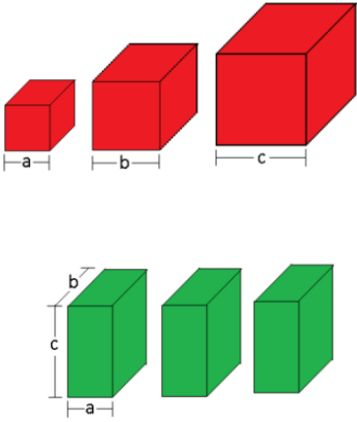
Cửa hàng bán bánh được đóng gói trong hai túi khác nhau cho hai loại để khách hàng lựa chọn.

Túi đỏ, gồm 3 bánh, có hình dạng hình lập phương được bọc giấy đỏ và có các kích thước của từng bánh lần lượt là a, b và c . Với $a < b < c$.

Túi xanh, chứa 3 bánh kích thước giống nhau, có dạng hình hộp với kích thước các cạnh bên là a, b, c (lưu ý giá trị a, b, c là như nhau ở hai loại túi).

Lựa chọn nào sẽ cho khách hàng thêm nhiều bánh? Biết rằng giá bán của hai túi bánh là như nhau.

Mô tả:

<i>Ngôn ngữ tự nhiên</i>	<i>Ngôn ngữ toán học</i>
Cách làm hộp bánh cốm Nguyễn Minh, dạng hình hộp	Hộp bánh có dạng hình hộp
Có hai loại hộp được sử dụng, + Loại hộp màu đỏ các cạnh của một hộp là như nhau và có ba size lựa chọn (size 1: ba cạnh có độ dài cùng bằng a ; size 2: ba cạnh cùng độ dài là b ; size 3: ba cạnh cùng độ dài là c) + Loại hộp màu xanh, chỉ có một size với các cạnh lần lượt là a, b, c .	+ Hộp màu đỏ có dạng hình lập phương + Hộp màu xanh có dạng hình hộp với các cạnh là a, b, c .
	
Giá tiền túi gồm 3 hộp đỏ bằng giá tiền túi gồm 3 hộp xanh.	
Lựa chọn nào sẽ cho khách hàng thêm nhiều bánh?	Túi nào có tổng thể tích lớn nhất.

Túi đỏ: $V_{\text{đỏ}} = a^3 + b^3 + c^3$.

Túi xanh: $V_{\text{xanh}} = abc + abc + abc = 3abc$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta được

$V\{\text{do}\} \geq 3\sqrt[3]{a^3b^3c^3} = 3abc = V\{\text{xanh}\}$ Do vậy, nếu khách hàng mua bánh trong túi đỏ sẽ được nhiều bánh hơn.

3.2.2. Biện pháp 2: Tập luyện cho học sinh về chiến lược giải trong lĩnh vực mô hình hóa toán học

▪ Mục tiêu của biện pháp

Mục tiêu của biện pháp hướng đến: Học sinh có khả năng đề xuất chiến lược giải phù hợp cho giải quyết vấn đề trong bối cảnh thực

▪ Cơ sở đề xuất biện pháp

Theo (Wilson, Fernandez và Hadaway, 2011) [25], “Tìm kiếm chiến lược phù hợp cho giải quyết vấn đề có tầm quan trọng đặc biệt trong nghiên cứu toán học. Mục tiêu chính trong giảng dạy giải quyết vấn đề trong bối cảnh thực là để học sinh phát triển khả năng chung trong việc đưa ra chiến lược giải quyết các vấn đề thực tế và áp dụng toán học trong các tình huống thực tế. Nó cũng có thể được sử dụng, như một phương pháp giảng dạy, để hiểu sâu hơn về các khái niệm. Giải quyết vấn đề toán học thành công phụ thuộc vào nhiều yếu tố và kỹ năng với các đặc điểm khác nhau”.

Một trong những khó khăn chính trong việc học giải quyết vấn đề là thực tế cần nhiều kỹ năng để người học trở thành người có khả năng giải quyết vấn đề. Ngoài ra, những yếu tố và kỹ năng này làm cho việc giảng dạy giải quyết vấn đề trở thành một trong những chủ đề phức tạp nhất để giảng dạy (Dendane, 2009) [23].

Toán học được sử dụng để định lượng số lượng và không gian tự nhiên cũng như các tình huống nhân tạo. Nó được sử dụng để giải quyết các vấn đề và nó đã giúp tạo ra những tiến bộ xã hội, kinh tế và công nghệ (Dendane, 2009) [23]. Học thực tế và nội dung trong toán học là quan trọng nhưng những điều này là không đủ. Học sinh nên học cách sử dụng những trải nghiệm này để phát triển kỹ năng tư duy trong việc giải quyết vấn đề của cuộc sống. Sự chú ý đặc biệt cho sự phát triển khả năng giải quyết vấn đề đã được các nhà giáo dục toán học (Stanic và Kilpatrick, 1989) [67] “chấp nhận và giải quyết vấn đề toán học thực sự là một trong những thành phần quan trọng nhất trong bất kỳ chương trình hoặc chương trình toán học nào” (Stacey, 2005) [64].

Một chiến lược tốt giúp giải quyết vấn đề toán học, giúp học sinh cải thiện và phát triển khả năng giải quyết các vấn đề thực tế, (Reys et al. 2001) [63], “phát triển kỹ năng tư duy phê phán và lý luận” (Schoen và Charles, 2003) [65], và “làm việc theo nhóm, hợp tác và tương tác với nhau” (Dendane, 2009) [23]. Cụ thể, nó cũng

có thể “cải thiện sự hào hứng của một cá nhân để cố gắng phân tích các vấn đề toán học và cải thiện quyết tâm của họ đối với khả năng giải quyết vấn đề; làm cho cá nhân nhận thức được các chiến lược giải quyết vấn đề, giá trị của việc tiếp cận vấn đề một cách có trật tự và rằng nhiều vấn đề có thể được giải quyết theo nhiều cách và; cải thiện khả năng của cá nhân để lựa chọn chiến lược giải pháp phù hợp, khả năng thực hiện chiến lược giải pháp một cách chính xác và khả năng để có câu trả lời chính xác cho các vấn đề” (Hoon, Kee và Singh, 2013) [33].

Trong nghiên cứu này, giải quyết vấn đề đề cập đến “các vấn đề tình huống phổ biến trong bối cảnh cuộc sống, dưới dạng các vấn đề được đặt ra hoặc các vấn đề được diễn đạt. Các bài toán bao gồm các mục trong số học và đại số, lượng giác, hình học, tập hợp, xác suất, lý thuyết số và bài toán / logic câu đố”. Do đó, với mục tiêu chính là giáo dục toán học để cải thiện học sinh, các kỹ năng giải quyết vấn đề trong bối cảnh thực, đặc biệt là đối với giáo viên, học sinh, những người sẽ là nhà giáo dục toán học trong tương lai, nghiên cứu này nhằm tìm hiểu các chiến lược giải quyết vấn đề toán học

Nghiên cứu này có thể được sử dụng làm cơ sở cho các nhà giáo dục toán học trong các trường đại học, xác định các phương pháp can thiệp khác nhau để cải thiện các kỹ năng giải quyết vấn đề của các giáo viên tương lai, để họ sẽ được trang bị đủ kỹ năng giảng dạy toán học cho các học sinh tương lai. Nó cũng có thể phục vụ như là một nhận thức để họ phát triển các chiến lược khác nhau và nhận ra rằng có nhiều chiến lược hơn trong việc giải quyết các vấn đề trong bối cảnh thực và trong toán học.

▪ **Hướng dẫn thực hiện biện pháp**

Trong quá trình giải quyết các vấn đề, học sinh phải suy nghĩ về việc nên sử dụng chiến lược nào hay phối kết hợp các chiến lược ra sao trong quá trình thực hiện giải quyết tình huống. Sau đây chỉ là một số chiến lược mà giáo viên có thể gợi ý:

• **Chiến lược sử dụng sơ đồ**

Tạo một sơ đồ có thể giúp người học hình dung ra vấn đề và tìm ra giải pháp. Để tạo một sơ đồ, học sinh phải đọc cẩn thận, tiếp nhận thông tin và suy nghĩ về câu hỏi được rút ra từ sơ đồ. Sau đó, họ có thể tìm ra giải pháp từ sơ đồ.

- + Vẽ một bức tranh, để mọi người đóng vai trò hoặc sử dụng các thao tác để giải quyết vấn đề.
- + Học sinh nghiên cứu tài liệu để tìm giải pháp cho vấn đề.
- + Ghi nhớ các hình ảnh khác nhau có thể dẫn đến giải pháp chính xác.
- + Ghi nhận các bước khi giải quyết vấn đề.

• **Chiến lược đoán và kiểm tra**

Chiến lược đoán và kiểm tra có thể hữu ích cho nhiều loại vấn đề. Khi học sinh sử dụng chiến lược này, họ sẽ đưa ra dự đoán hợp lý, dựa trên thông tin họ đã đưa ra và sau đó kiểm tra xem dự đoán của họ có đúng không, các phỏng đoán sẽ tiến gần hơn và gần hơn với câu trả lời, cho đến khi tìm thấy câu trả lời đúng.

Học sinh nên sử dụng phương pháp đoán và kiểm tra khi họ chưa tìm ra cách giải quyết vấn đề. Phương pháp đoán và kiểm tra thường bao gồm:

1. Đoán hợp lý.
2. Kiểm tra dự đoán của mình.
3. Điều chỉnh dự đoán của mình dựa trên kết quả của từ bước 2 cho đến khi có kết quả đúng.

Ví dụ: Có 20 trẻ trong lớp mẫu giáo. Những đứa trẻ có tuổi bao gồm: trẻ 5 tuổi và 6 tuổi. Tổng số tuổi của trẻ trong lớp bằng 108 tuổi. Hỏi có bao nhiêu đứa trẻ 5 tuổi?

Phương pháp đoán và kiểm tra:

Hãy đoán rằng có 10 đứa trẻ năm tuổi.

Nếu có 10 đứa trẻ năm tuổi thì phải có 10 đứa trẻ sáu tuổi vì có tổng cộng 20 đứa trẻ. Tuổi kết hợp của họ bằng $(10 \times 5) + (10 \times 6)$ hoặc 110 tuổi.

Vì 110 tuổi lớn hơn 108 (câu trả lời đúng), dự đoán ban đầu của chúng ta là không chính xác. Để đến gần hơn với câu trả lời đúng, chúng ta cần đoán số lượng trẻ 5 tuổi cao hơn (vì 5 năm là dưới 6 năm).

Bây giờ chúng ta hãy đoán rằng, có 12 đứa trẻ năm tuổi.

Nếu có 12 đứa trẻ năm tuổi, thì phải có 8 đứa trẻ 6 tuổi vì có tổng cộng 20 đứa trẻ. Tuổi kết hợp của họ bằng $(12 \times 5) + (8 \times 6)$ hoặc 108 tuổi.

Do đó, câu trả lời đúng là 12 tuổi.

Ví dụ: Bạn có thể được hỏi có bao nhiêu học sinh nữ và bao nhiêu học sinh nam trong lớp, hoặc bao nhiêu con mèo và bao nhiêu con chó mà chủ sở hữu vật nuôi có.

Khi đoán và kiểm tra có vẻ như là một chiến lược phù hợp cho một vấn đề trong bối cảnh, sẽ rất hữu ích và cần thiết, sau đó chúng ta sắp xếp thông tin trong một bảng hoặc danh sách để theo dõi các dự đoán khác nhau. Điều này cung cấp một hình ảnh của thông tin quan trọng, và cũng sẽ giúp đảm bảo rằng những lần đoán tiếp theo là hợp lý và không ngẫu nhiên.

Để bắt đầu, học sinh nên đoán bằng cách sử dụng những gì họ biết từ vấn đề. Dự đoán đầu tiên này có thể là bất cứ điều gì, miễn là nó tuân theo các tiêu chí

được đưa ra. Sau đó, một khi đoán được đưa ra, học sinh có thể bắt đầu đưa ra những phỏng đoán tốt hơn dựa trên mức độ gần với câu trả lời đúng.

Đây là một ví dụ để xem xét: “Trong lớp của cô Brown, có 24 học sinh. Số học sinh nữ nhiều hơn nam là 6. Hỏi có bao nhiêu học sinh nam và bao nhiêu học sinh nữ trong lớp học?”

Vì chúng ta biết tổng số học sinh trong lớp là (24) và chúng ta được yêu cầu tìm nhiều hơn một giá trị (số học sinh nam và số học sinh nữ), chúng ta có thể giải quyết điều này bằng phương pháp đoán và kiểm tra.

Để tổ chức câu hỏi, chúng ta có thể tạo thành một bảng với các học sinh nam, học sinh nữ và tổng số. Bởi vì chúng ta biết có nhiều hơn 6 học sinh nữ so với học sinh nam, nên có thể đoán một con số cho các học sinh nam, sau đó tính toán các học sinh nữ và tổng số từ đó.

Nam	Nữ	Tổng
12	18	30

Với dự đoán ban đầu là 12 học sinh nam, thấy rằng sẽ có 18 học sinh nữ, với tổng số lớp là 30. Tuy nhiên, tổng số chỉ nên là 24, có nghĩa là dự đoán của chúng ta quá cao. Biết được điều này, số lượng học sinh nam được sửa đổi và tổng số tính toán lại .

Nam	Nữ	Tổng
12	18	30
10	16	26

Giảm số học sinh nam xuống còn 10 có nghĩa là có 16 học sinh nữ, với tổng số lớp là 26. Đây vẫn chỉ là một chút quá cao, vì vậy chúng ta có thể một lần nữa sửa lại dự đoán cho 9 học sinh nam. Nếu có 9 học sinh nam, điều đó có nghĩa là có 15 học sinh nữ, trong đó có tổng số lớp là 24.

Nam	Nữ	Tổng
12	18	30
10	16	26
9	15	24

Do đó, giải pháp là 9 nam và 15 nữ.

Đây là một ví dụ khá đơn giản và có khả năng sẽ có những học sinh có thể giải quyết vấn đề này mà không cần viết ra một bảng và hình thành nhiều phỏng đoán. Nhưng đối với những học sinh khó khăn với toán học, vấn đề này có vẻ quá sức và phức tạp. Bằng cách cho họ một điểm khởi đầu và giúp họ học cách đưa ra những phỏng đoán tốt hơn, giáo viên có thể trang bị cho họ không chỉ giải quyết các vấn đề từ ngữ, mà còn cảm thấy tự tin hơn khi giải quyết chúng.

Đây cũng là một chiến lược tốt vì nó giúp học sinh thấy rằng, không có gì sai sót và chúng ta không nên mong đợi nhận được câu trả lời đúng ngay lần thử đầu tiên, nhưng thay vào đó, chúng ta nên mong đợi mắc lỗi và sử dụng sai lầm của mình để học và tìm câu trả lời đúng

- ***Chiến lược sử dụng bảng hoặc lập danh sách***

Sử dụng bảng là một cách tốt để sắp xếp và sắp xếp thông tin đã được đưa ra trong câu hỏi. Thông tin đã được nêu ra trong bảng hy vọng sẽ dẫn học sinh đến giải pháp chính xác.

Lập danh sách là một chiến lược sẽ giúp học sinh sắp xếp thông tin đã được đưa ra trong vấn đề. Một khi các học sinh có thể thấy tất cả các khả năng cho giải pháp, sau đó họ có thể cố gắng giải quyết vấn đề dễ dàng hơn.

Lập bảng là một chiến lược giải quyết vấn đề mà học sinh có thể sử dụng để giải các bài toán đồ bằng cách viết thông tin theo định dạng có tổ chức hơn. Dưới đây là một ví dụ về một vấn đề có thể được giải quyết bằng cách tạo một bảng:

Ví dụ: “Lan đã kiểm tra thời hạn một cuốn sách mà cô ấy mượn thư viện, và bây giờ đã quá hạn 7 ngày. Nếu một cuốn sách quá hạn 1 ngày, tiền phạt là 10 nghìn, quá hạn 2 ngày, 20 nghìn, quá hạn 3 ngày là 30 nghìn,... Bạn Lan sẽ phải tốn bao nhiêu nếu ngày hôm nay bạn ấy mang trả?”

Chiến lược giải quyết vấn đề này cho học sinh khám phá các mối quan hệ và giữa các dữ liệu của mô hình. Nó khuyến khích học sinh sắp xếp thông tin một cách hợp lý và xem xét nghiêm túc dữ liệu để tìm ra các mô hình và phát triển một giải pháp.

Giới thiệu một vấn đề cho học sinh và yêu cầu họ lập một bảng để giải quyết vấn đề.

Ví dụ: *Mất bao nhiêu thời gian để một xe du lịch chạy với vận tốc trung bình 65km/h đuổi kịp xe du lịch khác đi với vận tốc trung bình 55km/h, biết hai xe cùng xuất phát tại một địa điểm và cùng đi theo một cung đường, và xe thứ nhất xuất phát sớm hơn xe thứ hai 1 giờ.*

1. Hiểu vấn đề

Bước đầu tiên là hiểu vấn đề. Điều này liên quan đến việc xác định các phần thông tin chính cần thiết để tìm câu trả lời. Điều này có thể yêu cầu học sinh đọc vấn đề nhiều lần.

Trong vấn đề này, học sinh cần phải hiểu rằng, xe thứ nhất đi với vận tốc trung bình 55km/h; và xe thứ hai (xe xuất phát sau) có vận tốc trung bình là 65 km/h. Chiếc xe thứ nhất xuất phát sớm hơn xe thứ hai là 1 giờ. Học sinh cần phải trả lời, xe thứ hai cần mất bao nhiêu thời gian để bắt kịp chiếc xe thứ nhất.

2. Chọn một chiến lược

Vì có ba bộ dữ liệu để sắp xếp, học sinh nên sử dụng chiến lược Tạo bảng. Nói chung, nếu có dữ liệu liên quan đến một danh mục nhất định, nó có thể được tổ chức dễ dàng bằng cách tạo bảng. Chiến lược này cũng trùng lặp với chiến lược Tìm mô hình vì thường dễ tìm mô hình hơn khi dữ liệu được sắp xếp trong một bảng.

3. Giải quyết vấn đề

Lập bảng để sắp xếp dữ liệu. Trong ví dụ này, tạo một hàng cho xe chậm hơn, một hàng cho xe nhanh hơn và các cột cho mỗi giờ. Tìm khoảng cách di chuyển trong mỗi giờ bằng cách nhìn vào khoảng cách được liệt kê trong mỗi cột.

Khoảng cách của chiếc xe thứ hai so với khoảng cách của chiếc xe thứ nhất trong 7 giờ. Chiếc xe thứ hai đã đi được 6 giờ để đuổi kịp chiếc xe thứ nhất.

Giờ	1	2	3	4	5	6	7
Xe thứ nhất (55km/h)	55	110	165	220	275	330	385
Xe thứ hai (65km/h)	0	65	130	195	260	325	390

4. Kiểm tra

Đọc vấn đề một lần nữa để chắc chắn câu hỏi đã được trả lời.

Bạn đã tìm thấy số giờ cần thiết để chiếc xe nhanh hơn bắt kịp? Vâng, đến giờ thứ 6 xe thứ hai mới đuổi kịp xe thứ nhất.

Kiểm tra để chắc chắn nó đúng.

$$55 \times 2 = 110; 55 \times 3 = 165; 55 \times 4 = 220; 55 \times 5 = 275; 55 \times 6 = 330;$$

$$55 \times 7 = 385$$

$$65 \times 2 = 130; 65 \times 3 = 195; 65 \times 4 = 260; 65 \times 5 = 325; 65 \times 6 = 390$$

Xác định xem chiến lược tốt nhất đã được chọn cho vấn đề này hay liệu có cách nào khác để giải quyết vấn đề không.

Lập một cái bảng là một cách tốt để giải quyết vấn đề này.

5. Giải thích

Bước cuối cùng là giải thích làm thế nào học sinh tìm thấy câu trả lời. Trình bày cách viết một đoạn văn mô tả các bước học sinh đã thực hiện và cách học sinh đưa ra quyết định trong suốt quá trình.

Học sinh thiết lập một bảng cho mỗi số km xe đã đi trong mỗi giờ. Ta tiếp tục thêm các cột cho đến khi chiếc xe nhanh hơn đuổi kịp chiếc xe chậm hơn. Vào cuối giờ thứ bảy, chiếc xe thứ hai đã đi 390 km, xe thứ nhất đi được 385 km. Bởi vì chiếc xe thứ hai xuất phát chậm hơn xe thứ nhất 1 giờ, nên trong giờ thứ 6, xe thứ hai sẽ đuổi kịp xe thứ nhất.

6. Hướng dẫn thực hành

Yêu cầu học sinh thử giải quyết vấn đề sau bằng chiến lược “Lập bảng”.

Máy in trong trung tâm truyền thông có thể in 1 trang cứ sau 30 giây. Máy in trong văn phòng có thể in 4 trang cứ sau 30 giây. Nếu cả hai máy in đang in, máy in văn phòng sẽ in bao nhiêu trang vào thời điểm máy in trung tâm truyền thông in 5 trang?

Cho học sinh làm việc theo cặp, nhóm hoặc cá nhân để giải quyết vấn đề này. Họ có thể nói hoặc viết về cách họ tìm thấy câu trả lời và biện minh cho lý lẽ của họ.

Chiến lược này có thể được kéo dài khi kết hợp với các chiến lược khác như tìm kiếm các mô hình hoặc vẽ một bức tranh. Bằng cách kết hợp chiến lược này với hình thức khác, học sinh có thể phân tích dữ liệu được đưa ra để tìm mối quan hệ phức tạp hơn.

• *Chiến lược dựa vào lý luận logic*

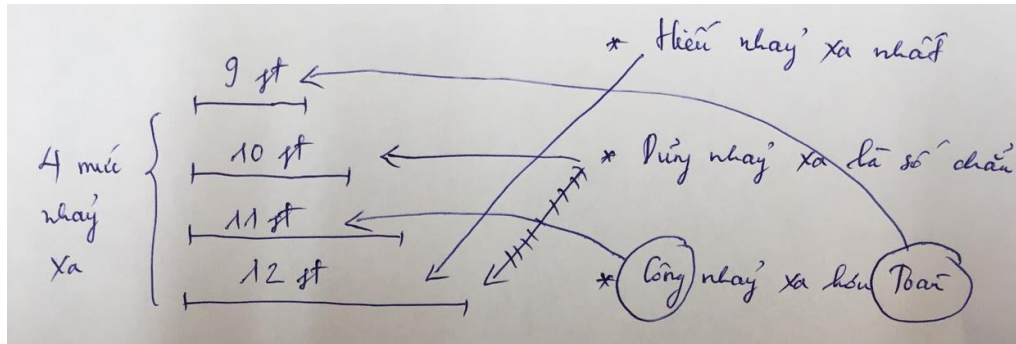
Chiến lược này yêu cầu học sinh sử dụng thông tin họ đã đưa ra trong câu hỏi để loại bỏ các giải pháp không hợp lý, để cuối cùng khám phá ra giải pháp chính xác. Cụ thể:

- + Sắp xếp thông tin của bạn.
- + Kiểm tra mối quan hệ và suy nghĩ về thông tin của bạn để tạo thành một câu trả lời hợp lý.
- + Khái quát từng mối quan hệ để đi đến kết luận hợp lý.

Ví dụ: Toàn, Dũng, Công, Hiếu đã thi đấu trong môn nhảy xa. Tuy nhiên, trong quá trình tổng hợp số liệu, người nhập dữ liệu đã quên ghi nhận người thi đấu và kết quả nhảy xa. Để có được số liệu, người ta đã hỏi một số người tham dự, và được kết quả:

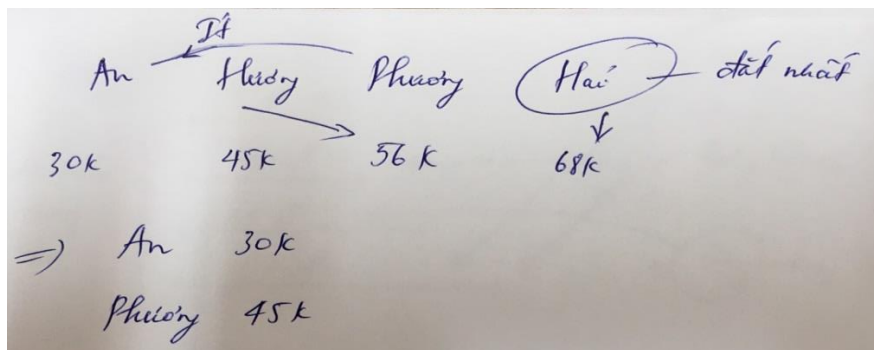
- + Người thứ nhất nói, 4 bạn đã nhảy xa và đạt ở các mức 9ft; 10ft; 11ft và 12ft nhưng tôi không nhớ thứ tự người nhảy.
- + Người thứ hai nói: Hiếu nhảy xa nhất và Dũng nhảy một số chẵn
- + Người thứ ba nói: Công nhảy xa hơn Toàn.

Bạn hãy giúp người nhập dữ liệu tìm ra số ft nhảy xa tương ứng với mỗi bạn.



Hình 3.1. Mô tả suy luận giải quyết tình huống

Ví dụ: Trong một lần đi dã ngoại, các bạn: An, Hương, Phương và Hải, mỗi người đã chọn mua một món quà lưu niệm tại khu vui chơi. Và giá các phần quà là 30 nghìn, 45 nghìn, 56 nghìn và 68 nghìn. Biết rằng, Hương đã mua với số tiền là 56 nghìn; An bỏ ra số tiền ít hơn Phương; Món quà Hải mua là đắt nhất. Em hãy chỉ ra mỗi bạn đã chi hết bao nhiêu.



Hình 3.2. Mô tả suy luận giải quyết tình huống

• Chiến lược làm việc ngược

Làm việc ngược là một chiến lược tuyệt vời để sử dụng khi kết quả cuối cùng của vấn đề đã được đưa ra. Học sinh chỉ cần tìm ra những sự kiện đã xảy ra trước đó. Làm việc ngược trở lại là một chiến lược hữu ích và hiệu quả để giải quyết các vấn đề trong nhiều khía cạnh của cuộc sống của chúng ta, trong đó, có một kết quả có thể đạt được, nhưng chúng ta chưa xác định được con đường hướng tới đạt được nó (Newell & Simons, 1972; Portnov-Neeman & Amit, 2015).

Ví dụ, khi xử lý các vấn đề từ thực tế, thông tin được cung cấp trong vấn đề có thể xuất hiện như một danh sách thực tế phức tạp, vì vậy đôi khi rất hữu ích khi bắt đầu với chi tiết cuối cùng được đưa ra (Wright, 2010). Chiến lược làm việc ngược được giải thích từng bước chi tiết dưới đây:

1) Đọc vấn đề từ đầu đến cuối và xác định tất cả các thành phần và các bước của nó.

2) Kiểm tra kết quả cuối cùng của vấn đề.

3) Từ kết quả cuối cùng, bắt đầu đảo ngược từng thao tác toán học trong từng bước cho đến khi ta đạt đến điểm bắt đầu của vấn đề. Ví dụ, đảo ngược thao tác thêm và thay thế bằng phép toán trừ.

4) Sau khi đảo ngược mọi bước, giải quyết trạng thái ban đầu của vấn đề.

5) Kiểm tra câu trả lời bằng cách bắt đầu từ trạng thái ban đầu và làm việc qua các bước để xem nếu kết quả cuối cùng đã đạt được (Amit, Heifets & Samovol, 2007).

Ví dụ: Trong buổi sinh nhật của bạn Mai, có nhiều món ăn và bánh kẹo. Tuy nhiên, Mai muốn tự mình đi mời kẹo tới ba người bạn thân. Đầu tiên Mai đưa cho Sương 8 miếng kẹo, nhưng cô ta nói rằng, cô ta không cần nhiều như vậy, vì vậy, cô ta trả lại cho Mai 3 miếng kẹo. Tiếp tục, Mai đưa cho Minh 7 miếng kẹo, và cuối cùng, Mai đưa cho Quân 5 miếng kẹo. Sau khi làm điều này, Mai có 4 miếng kẹo còn lại cho mình. Dựa trên tất cả các thông tin, bạn có thể cho mọi người biết Mai đã bắt đầu với bao nhiêu miếng kẹo không?

Giải pháp

Có một số cách để giải quyết vấn đề này, nhưng chúng ta sẽ nói về một quá trình giải quyết cụ thể. Để giải quyết vấn đề bằng cách làm việc ngược, về cơ bản chúng ta muốn quay lại vấn đề từng bước một. Chúng ta bắt đầu ở cuối của vấn đề và làm việc cho đến đầu.

Chúng ta muốn biết Mai đã bắt đầu với bao nhiêu miếng kẹo. Giống như chúng ta đã nói, làm việc ngược lại để giải quyết, chúng ta bắt đầu từ kết thúc vấn đề và quay lại từng bước một. Khi kết thúc vấn đề, Mai đã để lại 4 mẫu kẹo cho mình, vì vậy đây là nơi chúng ta sẽ bắt đầu.

Ngay trước khi Mai có 4 miếng kẹo còn lại, Mai đã cho Quân 5 miếng kẹo. Để hoàn tác điều này, chúng ta thêm 5 miếng vào 4, Mai đã để lại và $4 + 5 = 9$, vì vậy bây giờ Mai có 9 miếng kẹo. Điều tiếp theo để quay lại là đưa cho Minh 7 miếng kẹo. Để làm điều này, chúng ta thêm 7 miếng đó vào 9 miếng của Mai và như thế $9 + 7 = 16$, vì vậy Mai có 16 miếng kẹo.

Trước đó, Mai đã đưa cho Sương 8 miếng kẹo, nhưng cô ấy đã trả lại cho Mai 3 miếng, khiến cho cái này khó hơn một chút để quay lại. Vì $8 - 3 = 5$, điều này có nghĩa là Mai đã cho Sương 5 miếng kẹo. Do đó, để quay lại bước này, chúng ta thêm 5 mẫu kẹo vào tổng số của Mai, như vậy $16 + 5 = 21$. Điều này cho chúng ta biết rằng Mai đã có 21 miếng kẹo lúc bắt đầu.

3.2.3. Biện pháp 3: Từ các tình huống có vấn đề, tập luyện cho học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải phù hợp với bối cảnh thực

▪ Mục tiêu của biện pháp

Biện pháp này hướng đến các mục đích:

- + Học sinh chiếm lĩnh được tri thức toán học thông qua bài toán gắn với thực tiễn, được ẩn chứa dụng ý sư phạm trong quá trình giải quyết vấn đề.
- + Học sinh có cơ hội nâng cao kỹ năng giải quyết vấn đề qua tập dượt làm việc trên mô hình toán học.
- + Học sinh nâng cao năng lực đánh giá lại lời giải của bài toán, so sánh kết quả toán học với mong muốn giải quyết vấn đề trong bối cảnh thực. Từ đó, chọn lọc lời giải hướng đến đáp ứng mong muốn thực tiễn cần.

▪ Cơ sở đề xuất biện pháp

Như (Phan Thành Nghị, 2013) cho rằng, hoạt động học có thể được hình thành trên cơ sở hình thành các thành tố cấu thành như hình thành động cơ, hình thành mục đích, hình thành hành động và phương tiện học tập. Động cơ hoạt động học được hình thành khi người học đặt khao khát vào chiếm lĩnh kiến thức hay các kiến thức đó đã được đối tượng hóa bởi chính người học dưới sự hướng dẫn của người thầy.

Như Nguyễn Bá Kim (2004; 71) cho rằng, “thông qua cái vỏ trừu tượng của Toán học, phải làm cho học sinh thấy rõ mối liên hệ giữa toán học và thực tiễn. Làm rõ những ứng dụng thực tiễn của toán học, chẳng hạn, lượng giác để đo các khoảng cách không tới được... Muốn vậy, cần tăng cường cho học sinh tiếp cận những bài toán có nội dung thực tiễn trong khi học lý thuyết cũng như làm bài tập”.

Gravemeijer và cộng sự [39] mô tả vai trò của ngữ cảnh trong cách tiếp cận, người Hà Lan gọi là Giáo dục Toán thực tiễn, nơi các vấn đề ngữ cảnh đóng vai trò từ đầu cho học tập. Bối cảnh thực của vấn đề cho phép học sinh trở thành một phần của vấn đề và tìm kiếm câu trả lời của họ trong lĩnh vực toán học.

Theo Hatano (1996), “kiến thức nằm trong bối cảnh, trong đó, những kinh nghiệm xảy ra và phải bị ảnh hưởng bởi các tính năng của bối cảnh”. NISS

(1992) [57] “đã xác định những tình huống thực khác nhau, từ các vấn đề toán học thuần túy mà được thể hiện bởi ngôn ngữ không phải toán học”. Theo NISS kết luận rằng, những tình huống thực ngoài toán học không xuất hiện thường xuyên trong trường học.

Ngày càng có nhiều bằng chứng trong các tài liệu cho thấy cách tiếp cận tập trung vào vấn đề bao gồm bối cảnh toán học, bối cảnh "thế giới thực" hoặc cả hai đều có thể thúc đẩy việc học cả kỹ năng và khái niệm. Sử dụng nhiều bối cảnh khác nhau có thể làm tăng cơ hội thể hiện những gì mình biết.

Việc học sinh tiếp cận các tình huống có vấn đề trong bối cảnh thực từ đơn giản đến phức tạp, giúp học sinh khám phá, liên tưởng giữa toán học và ứng dụng thực tiễn. Giải quyết các bài toán thực tiễn được trình bày trong sách giáo khoa, thường học sinh nhận biết được sớm, bởi họ đang được học trong mạch kiến thức liên quan, do vậy, khả năng nhận diện tình huống ở đây mới chỉ mang tính khởi đầu đơn giản. Quá trình hoạt động học tập này làm nảy sinh cái mới, chẳng hạn, khái niệm mới, nguyên tắc mới, đó là kết quả của quá trình di chuyển các liên tưởng toán học vào các tình huống khác nhau. Quá trình này kéo theo sự phát năng lực mô hình hóa toán học của học sinh.

Với mong muốn, học sinh học được kiến thức và sử dụng được các kiến thức đã học vào thực tiễn cuộc sống. Vì vậy, một hệ thống các tình huống có vấn đề trong bối cảnh thực được chọn lọc, để học sinh tập luyện giải quyết và dần quen với việc đánh giá lại lời giải là hết sức cần thiết. Học sinh cần nhận ra giữa kết quả giải toán với kết quả thực tiễn và mong muốn giải quyết vấn đề trong thực tiễn là có sự khác nhau. Học sinh cần có sự trải nghiệm, kỹ năng sống để đối mặt giải quyết.

Những khởi đầu đơn giản lại là điểm tựa quan trọng cho học sinh tăng sự đam mê, yêu thích toán học, tiếp tục khám phá ứng dụng toán học trong cuộc sống.

Chúng ta có thể nhận thấy rằng, hứng thú học tập của học sinh không đến từ sự rộng lớn của tri thức, không đến từ những phương trình, mà do sự lôi cuốn bởi vấn đề trong cuộc sống mà xã hội đang quan tâm, tính cần thiết cho trả lời những vấn đề xã hội đang đối mặt... Như vậy, các ví dụ từ “sách giáo khoa, hay giáo viên thiết kế các bài toán tựa thực tiễn cần hướng đến thúc đẩy sự đam mê giải quyết của học sinh, nhờ đó nâng cao sự tiến bộ của học sinh. Chính sự hấp dẫn, lôi cuốn của vấn đề thực tiễn trong bối cảnh, cũng như phương pháp dạy học dựa vào thực tiễn và mô hình hóa toán học đã giúp hình thành và bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh. Như vậy, từ các hoạt động học tập thông qua các bài toán

thực tiễn đơn giản được chọn lựa trong sách giáo khoa, đến các vấn đề thực tiễn đơn giản, giúp học sinh nâng cao năng lực nhận diện tính hướng có thể mô hình hóa toán học và giải quyết được vấn đề thông qua mô hình hóa toán học”.

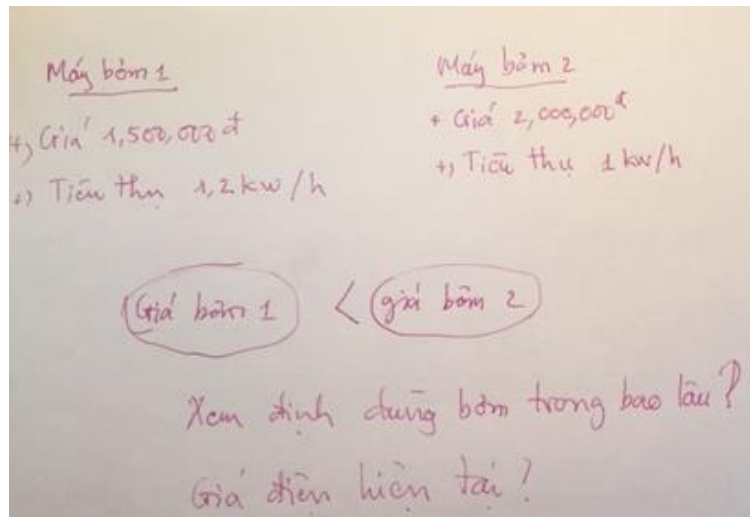
Tuy nhiên, giải quyết vấn đề bởi các công cụ toán học chưa hẳn đã đáp ứng được nhu cầu thực tiễn của cuộc sống và đôi khi là không thể thực hiện được. Vì vậy, học sinh cần thực hiện đánh giá, chọn lọc lời giải, lời giải cần đáp ứng mong muốn của thực tiễn.

▪ **Hướng dẫn thực hiện biện pháp**

Vấn đề 1. (Mua máy bơm) “Một người nông dân muốn phục tốt cho việc tưới rau vào mùa hè. Khi đến cửa hàng thì được giới thiệu cho hai loại máy bơm có lưu lượng nước trong một giờ và chất lượng máy là như nhau. Giá máy thứ nhất là 1,500,000 đ và tiêu thụ hết 1,2kW trong một giờ; Giá máy thứ hai 2,000,000 đ và tiêu thụ hết 1kW trong một giờ. Theo bạn bác nông dân nên chọn mua loại máy nào?”

Như vậy, học sinh cần phác thảo được mô hình toán học trong trường hợp này.

Trước tiên, từ yêu cầu thực tiễn: Cần mua được chiếc máy bơm tốn ít hao phí, giá hợp lý lại có hiệu quả kinh tế cao. Dựa vào vốn kiến thức toán học, vật lý,... vốn trải nghiệm để học sinh đưa ra mô hình toán



Hình 3.3. Học sinh tóm lược vấn đề 2

học trong trường hợp này. Mỗi nhóm học sinh sẽ có những cách tính toán và suy nghĩ khác nhau.

Thực tế, nếu tất cả ở điều kiện lý tưởng. Học sinh sẽ tính như sau:

Đơn giá hiện nay là: 1000đ/1kW

Khi sử dụng máy bơm thứ nhất, số tiền phải trả trong t giờ là:

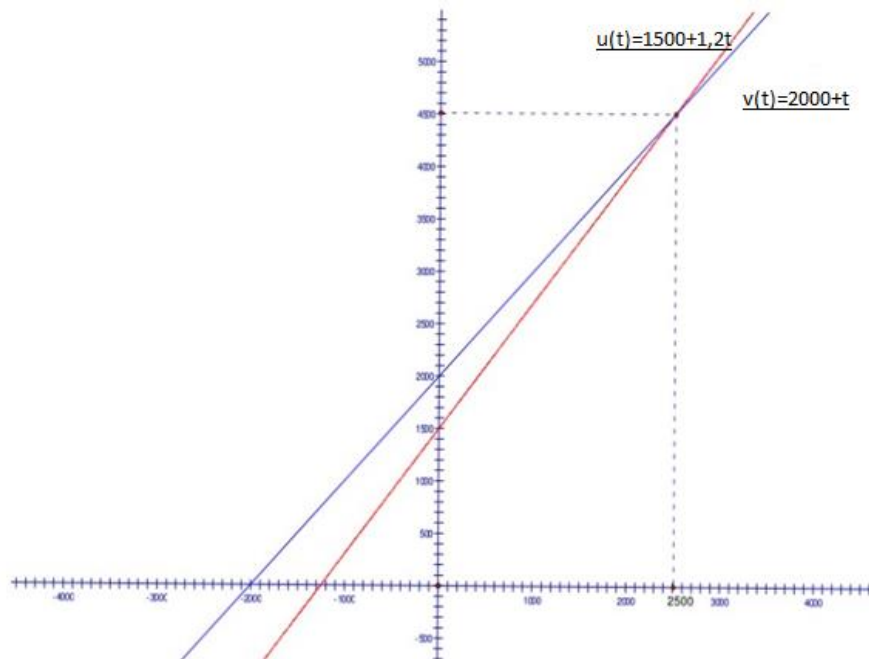
$$u(t) = 1500 + 1,2t \text{ (nghìn đồng)}$$

Khi sử dụng máy bơm thứ hai, số tiền phải trả trong t giờ là:

$$v(t) = 2000 + t \text{ (nghìn đồng)}$$

Giả sử, sau thời gian sử dụng là t_0 thì hai máy bơm có chi phí như nhau. Khi đó ta có phương trình: $u(t_0) = v(t_0) \Leftrightarrow 1500 + 1,2t_0 = 2000 + t_0 \Leftrightarrow t_0 = 2500$ (giờ)

Đồ thị của hai hàm $u(t)$ và $v(t)$:



Hình 3.4. Đồ thị biểu diễn quan hệ thời gian sử dụng và số tiền thanh toán

Như vậy, theo kết quả toán học, sau khi hai máy bơm chạy được 2500 giờ thì số tiền bỏ ra cho cả hai máy bơm là như nhau (bao gồm cả phí mua máy bơm ban đầu).

Đánh giá:

“Quan sát đồ thị ta thấy rằng: ngay sau khi sử dụng 2500 giờ tức là nếu mỗi ngày dùng 4 tiếng, tức là không quá 2 năm thì máy thứ 2 chi phí sẽ thấp hơn rất nhiều nên chọn mua máy thứ hai thì hiệu quả kinh tế sẽ cao hơn.

+ Trường hợp 1: nếu thời gian sử dụng máy ít hơn 2 năm thì mua máy thứ nhất sẽ tiết kiệm hơn.

+ Trường hợp 2: nếu thời gian sử dụng nhiều hơn hoặc bằng hai năm thì nên mua máy thứ 2.

Nhưng trong thực tế một máy bơm có thể sử dụng được thời gian khá dài. Do vậy, trong trường hợp này người nông dân nên mua máy thứ hai”.

Như vậy, dụng ý sư phạm của giáo viên khi đưa ra vấn đề này, mong muốn học sinh vận dụng kiến thức toán học toán học, kỹ năng giải quyết vấn đề, trải

nghiệm của bản thân vào giải quyết vấn đề thường gặp trong thực tiễn. Và rõ ràng, mô hình hóa toán học trong giải quyết nhiệm vụ này là không thể thiếu.

Vấn đề 2. (Thiết kế hộp sữa) “Một nhà sản xuất sữa bột trẻ em cần thiết kế bao bì cho một loại sản phẩm mới của nhà máy thể tích 1dm^3 . Nếu bạn là nhân viên thiết kế, bạn sẽ làm như thế nào để nhà máy chọn bản thiết kế của bạn”.

Người thiết kế muốn nhà máy chọn bản thiết kế của mình thì ngoài tính thẩm mỹ của bao bì thì cần tính đến chi phí về kinh tế sao cho nguyên vật liệu làm bao bì là ít tốn nhất. Theo cách thông thường ta làm bao bì dạng hình hộp chữ nhật hoặc hình trụ. Như vậy cần xác định xem hai dạng trên thì dạng nào sẽ tốn ít vật liệu hơn.

Thông thường, học sinh sẽ nghiên cứu thực tiễn và đề xuất ý tưởng hình dạng của hộp đựng: hình hộp, hình trụ. Đây là 2 trường hợp điển hình, phù hợp với kiến thức toán học, hiểu biết thực tiễn của học sinh.

Trường hợp 1: làm bao bì theo hình hộp chữ nhật đáy vuông cạnh x , chiều cao h .

Thể tích: $V = S_d \cdot h = x^2 \cdot h$ Mà $V = h \cdot x^2 = 1$ suy

ra $h = \frac{1}{x^2}$.

Để tốn ít vật liệu nhất thì diện tích toàn phần phải nhỏ nhất.

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{2day} = 4xh + 2x^2 = 4x \cdot \frac{1}{x^2 + 2x^2}$$

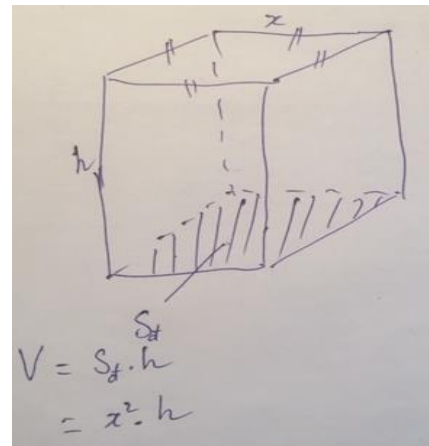
$$= \frac{2}{x} + \frac{2}{x} + 2x^2 \geq 3\sqrt{\frac{2}{x} \cdot \frac{2}{x} \cdot 2x^2} = 6$$

Vậy Min $S_{tp} = 6$ xảy ra khi:

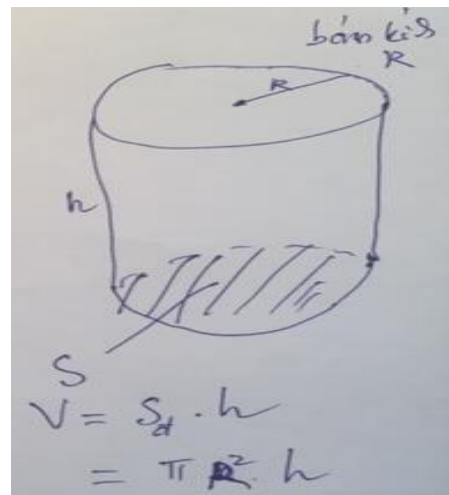
$$\frac{2}{x} = 2x^2 \Leftrightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow h = 1$$

Như vậy, nếu ta làm theo dạng hình hộp thì nhà thiết kế cần làm hình lập phương có cạnh là 1dm .

Trường hợp 2: Làm theo dạng hình trụ: bán kính r , chiều cao h



Hình 3.5. Học sinh mô tả hình



Hình 3.6. Học sinh mô tả hình trụ

Tương tự như trên: cần làm hộp sao cho diện tích toàn phần của nó nhỏ nhất:

$$V = \pi r^2 h = 1 \Rightarrow h = \frac{1}{\pi r^2}$$

$$\begin{aligned} S_{tp} &= S_{xq} + S_{2day} \\ &= 2\pi rh + 2\pi r^2 \\ &= 2\pi r \cdot \frac{1}{\pi r^2} + 2\pi r^2 \\ &= \frac{2}{r} + 2\pi r^2 \\ &= \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + 2\pi r^2 \geq 3\sqrt{\frac{1}{r} \cdot \frac{1}{r} \cdot 2\pi r^2} = 3\sqrt{2\pi} = 5,54 \end{aligned}$$

$$\text{Min } S_{tp} = 5,54. \text{ Đẳng thức xảy ra khi: } \frac{1}{r} = 2\pi r^2 \Leftrightarrow r^3 = \frac{1}{2\pi} \Rightarrow r = 0,54 \text{ dm}$$

$$\Rightarrow h = 1,084 \Rightarrow h = 2r$$

Nếu làm bao bì dạng hình trụ thì người thiết kế phải làm hộp sao cho đường cao bằng đường kính đáy.

Đánh giá:

“Theo tính toán ở trên cả hai hộp đều có thể tích 1dm^3 nhưng diện tích toàn phần của hộp lập phương lớn hơn hình trụ. Do vậy, chi phí vật liệu để làm hộp dạng lập phương là tốn kém hơn. Vì vậy, theo các phép tính toán học, nhà máy chọn bản thiết kế dạng hình trụ để làm hộp sẽ tiết kiệm được kinh phí mua vật liệu”.

Tuy nhiên, thực tế nhà máy lựa chọn cả hai thiết kế, đó là dạng hình trụ và dạng hình hộp. Giải thích cho điều này, chúng tôi có tìm hiểu qua một số đại diện chuyên cung cấp sữa trẻ em cho các cửa hàng, họ nói rằng, vật liệu làm vỏ hộp sữa là khác nhau, thông thường dạng hình hộp thì vật liệu chủ yếu là được làm từ giấy cứng hoặc vỏ nhựa có tráng lớp màng bên phía trong để đảm bảo an toàn vệ sinh cho sữa. Và giá thành vỏ hộp làm bằng giấy là rẻ hơn nhiều so với vỏ hộp làm bằng kim loại.

Mục đích thứ hai là sử dụng vỏ hộp sữa bằng giấy giúp bảo vệ môi trường, đây là một cam kết của nhà máy sản xuất với địa phương và quốc gia nơi họ đăng kí sản xuất, nhờ đó họ được giảm thuế.

Vỏ hộp sữa có dạng hình hộp còn có một tác dụng khác là tiết kiệm được diện tích cho thùng hàng, tức là nhiều hộp sữa xếp trong một thùng được khít, không nhiều kẽ hở hơn so với hộp sữa hình trụ, nhờ đó, họ tiết kiệm được chi phí đóng thùng và vận chuyển.

Tuy nhiên, trên thị trường cũng có rất nhiều nhà sản xuất sữa có hộp sữa hình trụ, tìm hiểu sâu, học sinh nhận ra rằng, đối với mỗi một hình dạng, vận liệu sản xuất vỏ hộp đều có lí do hợp lí. Thông thường vỏ hộp sữa sản xuất dạng hình trụ được sử dụng vật liệu là thép, hộp có độ bền cao, chịu được va đập hơn so với vỏ sữa hình hộp và sản xuất bằng giấy. Sữa được đóng hộp không chỉ cung cấp cho địa phương nơi có nhà máy, nó còn được cung cấp đi xa và sang các quốc gia khác. Vì vậy, vỏ hộp sữa cần được sử dụng vật liệu chắc chắn...

Qua đánh giá lời giải theo tính bởi toán học và thực tế, học sinh thấy rằng, đôi khi kết quả toán học chưa chắc đã được áp dụng vào giải quyết vấn đề thực tiễn.

Vấn đề 3. (Bài toán gia súc) “Hợp tác xã tại địa phương có tham gia nuôi bê phục vụ làm nông nghiệp. Thông thường, các xã viên được phân công chăn thả đàn bê trên một cánh đồng cỏ mọc dày như nhau, mọc cao đều như nhau trên toàn bộ cánh đồng trong suốt thời gian bê ăn cỏ trên cánh đồng ấy. Biết rằng, 9 con bê ăn hết cỏ trên cánh đồng trong 2 tuần, 6 con bê ăn hết cỏ trên cánh đồng trong 4 tuần. Hỏi bao nhiêu con bê ăn hết cỏ trên cánh đồng trong 6 tuần? (xem như mỗi con bê ăn số cỏ như nhau)”.

-9 con bē ăn hết cò $\rightarrow 2$ tuần
 -6 con " $\rightarrow 4$ tuần
 $-?$ con " $\rightarrow 6$ tuần

$\rightarrow$ số bē ăn hết cò 6 tuần
 (x) (x là số người chèo)

a) lượng cỏ lúc đầu là ?
 b) 1 tuần cỏ mọc thêm bao nhiêu?

gọi y ($y > 0$)
 gọi thời lượng cỏ là 1 (đơn vị)

9 con bē ăn ($\cdot$) 2 tuần : $1 + 2y$
 $\Rightarrow$ 1 con ăn : $\frac{1+2y}{2} = \frac{1+2y}{18}$
 6 con ăn ($\cdot$) 4 tuần : $1 + 4y$
 $\Rightarrow$ 1 con ăn : $\frac{1+4y}{4} = \frac{1+4y}{24}$
 x con bē ăn ($\cdot$) 6 tuần là $1 + 6y$
 $\Rightarrow$ 1 con bē ăn hết $\frac{1+6y}{x \cdot 6}$

vì số con bē ăn như nhau $\Rightarrow$ 1 tuần
 $\Rightarrow \frac{1+2y}{18} = \frac{1+4y}{24} = \frac{1+6y}{6x}$
 $\Rightarrow \begin{cases} \frac{1+2y}{18} = \frac{1+4y}{24} \\ \frac{1+4y}{24} = \frac{1+6y}{6x} \end{cases}$
 $\begin{cases} x = 5y \text{ (ok)} \\ x = 5 \end{cases}$

vậy 5 con bē ăn hết
 trong 6 tuần.

Hình 3.7. Học sinh nhóm 1 mô tả cách giải quyết vấn đề 3

$$\begin{cases} \frac{1+2y}{18} = \frac{1+4y}{24} \\ \frac{1+4y}{24} = \frac{1+6y}{6x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4+8y=3+12y \\ x.(1+4y)=4.(1+6y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ x=5 \end{cases}$$

Vậy: 5 con bê của hợp tác xã ăn trong 6 tuần thì hết cánh đồng cỏ.

Đánh giá:

Dựa vào cách trình bày lời giải của hai nhóm, học sinh thấy rằng, đối với mỗi cách đều có sự giải thích hợp lí. Tuy nhiên, nếu thực hiện như lời giải của nhóm 1 thì chúng ta sẽ bớt được một ẩn, dẫn đến việc tìm số con bê đơn giản hơn.

Nhưng nhìn chung, hai nhóm đều có cách giải dẫn đến tìm năng suất ăn cỏ của mỗi con bê, sau đó lấy thời gian 6 tuần để chia cho năng suất ăn của mỗi con để tìm số bê thỏa mãn yêu cầu thực tiễn.

Điểm lưu ý trong bài toán này:

+ Trong toàn thời gian bò ăn cỏ, cỏ vẫn mọc trên cánh đồng (coi như cỏ vẫn mọc đều).

+ Học sinh phải biết chọn 1 làm đơn vị khối lượng cỏ ban đầu, nếu học sinh không biết kỹ thuật này sẽ gọi thêm một ẩn nữa và bài toán sẽ có 3 ẩn số, rất khó để giải.

Nhưng thực tế, chúng ta không thể có được một đàn bê mà năng suất ăn của các con là như nhau, hơn nữa, đồng cỏ cũng không thể lý tưởng về việc cỏ mọc đều trong khoảng thời gian đó, bởi nó liên quan đến nhiều yếu tố tác động, chẳng hạn, tùy thuộc chất lượng đất ở từng vị trí, nhiều loại cỏ mọc, thời tiết là không giống nhau,...

Như vậy, kết quả toán học của vấn đề trên chỉ mang tính chất tham khảo, còn thực tế, số bê ăn cỏ, thời gian ăn hết cỏ là không thể chính xác.

Kết luận Chương 3

Nội dung chính của Chương 3, tác giả Luận án đề xuất hai vấn đề chính:

1. Khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông

Tại Chương 1, tác giả có mô tả năng lực mô hình hóa toán học của học sinh, trong Chương 2, tác giả khảo sát thực trạng năng lực mô hình hóa toán học theo mô tả này. Dựa vào kết quả khảo sát, dựa vào các ý kiến góp ý từ các chuyên gia giáo dục, dựa vào ý kiến của giáo viên dạy học bộ môn Toán tại trường trung học phổ thông. Từ những căn cứ đó, tác giả thực hiện điều chỉnh các thành tố năng lực tại Chương 1, cũng như các mô tả về biểu hiện của chúng.

Tuy nhiên, để khẳng định được tính cần thiết và hiệu quả về khung năng lực mô hình hóa toán học đề xuất tại Chương 3, Chương cuối của luận án sẽ thực hiện đánh giá tính cần thiết và khả thi của nó.

2. Biện pháp bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học phổ thông qua dạy học Đại số

Để nâng cao được năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT, tác giả luận án đề xuất 03 biện pháp nhằm bồi dưỡng năng lực này đối với học sinh Trung học phổ thông (với phạm vi thu hẹp qua dạy học Đại số). Cụ thể các biện pháp sau:

Biện pháp 1: Bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ toán học với ngôn ngữ tự nhiên và ngược lại.

Biện pháp 2. Tập luyện cho học sinh về chiến lược giải trong lĩnh vực mô hình hóa toán học.

Biện pháp 3: Từ các tình huống có vấn đề, tập luyện cho học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải phù hợp với bối cảnh thực.

Để khẳng định các biện pháp mà tác giả luận án đề xuất là cần thiết và khả thi, tác giả sẽ thực hiện khảo nghiệm tại Chương 4.

Chương 4. KHẢO NGHIỆM SỰ CẦN THIẾT VÀ TÍNH KHẢ THI CỦA KHUNG NĂNG LỰC VÀ BIỆN PHÁP SỬ PHẠM ĐỀ XUẤT

4.1. Khảo nghiệm sự cần thiết và tính khả thi của khung năng lực đề xuất

4.1.1. Phương pháp khảo nghiệm

▪ *Mục đích khảo nghiệm*

Mục đích của khảo nghiệm nhằm thu thập thông tin đánh giá về sự cần thiết và tính khả thi của khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông đã đề xuất. Trên cơ sở đó, chúng tôi tiếp tục điều chỉnh những năng lực chưa phù hợp và khẳng định độ tin cậy của các năng lực được đánh giá.

▪ *Nội dung khảo nghiệm*

Nội dung khảo nghiệm gồm:

+ Các năng lực được đề xuất có thực sự cần thiết đối với việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT?

+ Các năng lực được đề xuất có thực sự khả thi đối với việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT?

▪ *Phương pháp khảo sát*

Tác giả xin ý kiến bằng bảng hỏi với 4 mức độ đánh giá: 1-Rất cần thiết; 2-Cần thiết; 3-Bình thường; 4-Không cần thiết.

▪ *Đối tượng khảo sát*

Tổng cộng: 85 người tham gia trả lời phiếu (trong đó có: 11 chuyên gia giáo dục và giảng viên; 74 giáo viên Toán THPT)

11 chuyên gia giáo dục hiện vẫn đang tích cực nghiên cứu, các chuyên gia thuộc các trường đại học và học viện (Trường Đại học Sư phạm, Đại học Thái Nguyên; Trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên; Trường Đại học Giáo dục, Đại học quốc gia Hà Nội; Trường Đại học Sư phạm Hà Nội).

74 giáo viên Toán THPT thuộc các trường: THPT Chu Văn An, Hà Nội; THPT Lê Quý Đôn, Hà Nội; THPT Xuân Giang, Hà Nội; THPT Trung Giã, Hà Nội; THPT Thái Phiên, Đà Nẵng; THPT Hoàng Hoa Thám, Đà Nẵng; THPT Lê Hồng Phong, Đồng Nai; THPT Trần Biên, Đồng Nai; THPT Đông Sơn 2, Thanh Hóa; THPT Nguyễn Hoàng, Thanh Hóa.

4.1.2. Kết quả khảo nghiệm

4.1.2.1. Năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn

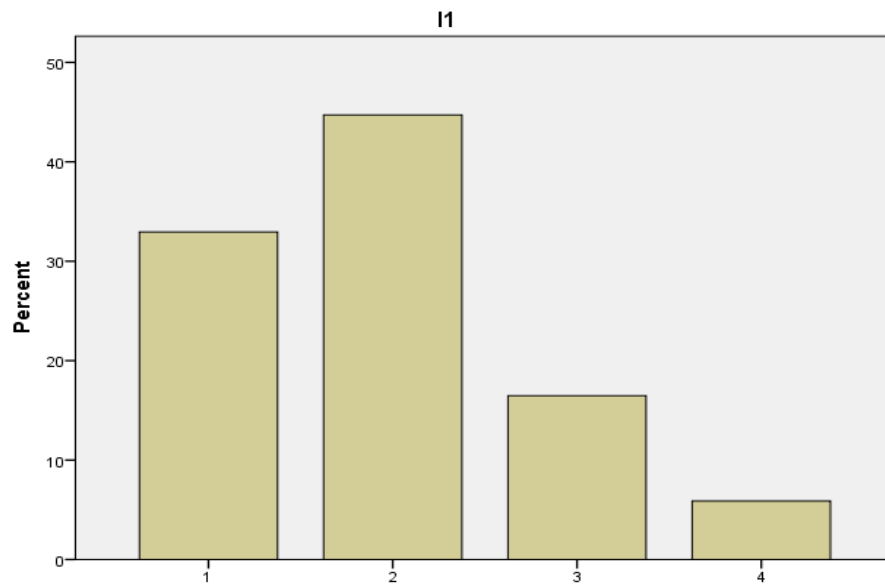
Năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn	
Năng lực	Các chỉ số
I1. Quan sát	I1.1. Quan sát tình huống thực tiễn I1.2. Quan sát yếu tố ảnh hưởng
I2. Liên tưởng, kết nối các ý tưởng toán học với các yếu tố thực tiễn.	I2.1. Hình thành liên hệ giữa những gì học sinh thấy và biết. I2.2. Tăng cường vốn kiến thức.
I3. Năng lực ước tính, dự đoán các kết quả của tình huống	I3.1. Dự đoán kết quả của mỗi giai đoạn giải quyết. I3.2. Dự đoán kết quả tình huống mô hình hóa toán học.

Kết quả khảo sát và số liệu bởi phần mềm SPSS 2.0 thể hiện như sau:

- Thành tố I1

I1				
	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1	28	32.9	32.9	32.9
2	38	44.7	44.7	77.6
Valid 3	14	16.5	16.5	94.1
4	5	5.9	5.9	100.0
Total	85	100.0	100.0	

Dựa theo số liệu được tổng hợp và mô tả bởi phần mềm SPSS, chúng tôi thấy rằng, phần lớn thành viên tham gia trả lời phiếu đều đồng ý rằng năng lực I1 là thực sự cần thiết và cần thiết (cả hai mức này chiếm tỉ lệ 77.6%), với đánh giá ở mức độ bình thường là 16.5% và chỉ với tỉ lệ 5.9% cho rằng nó không cần thiết.



Chúng tôi tìm hiểu lí do với thành viên đánh giá thành tố I1 ở mức bình thường và không cần thiết, phần lớn trong số đó nói rằng, học sinh họ có khả năng quan sát tốt, bởi họ được va chạm trong cuộc sống rất nhiều. Tuy họ biết thành tố I1 là quan trọng với việc học toán và giải quyết vấn đề thực tiễn, nhưng lại tỏ ra bình thường và không quan trọng trong lúc học. Một số ít khác (5/85 thành viên) nói rằng, không cần tách biệt thành tố này khỏi các năng lực chung khi giải toán, bởi theo họ, nó đã và đang được học sinh vận dụng trong quá trình giải toán thực tiễn.

Nhìn chung, chúng tôi có thể khẳng định rằng, năng lực I1 là thật sự cần thiết và được coi là có tính khả thi cho việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học phổ thông.

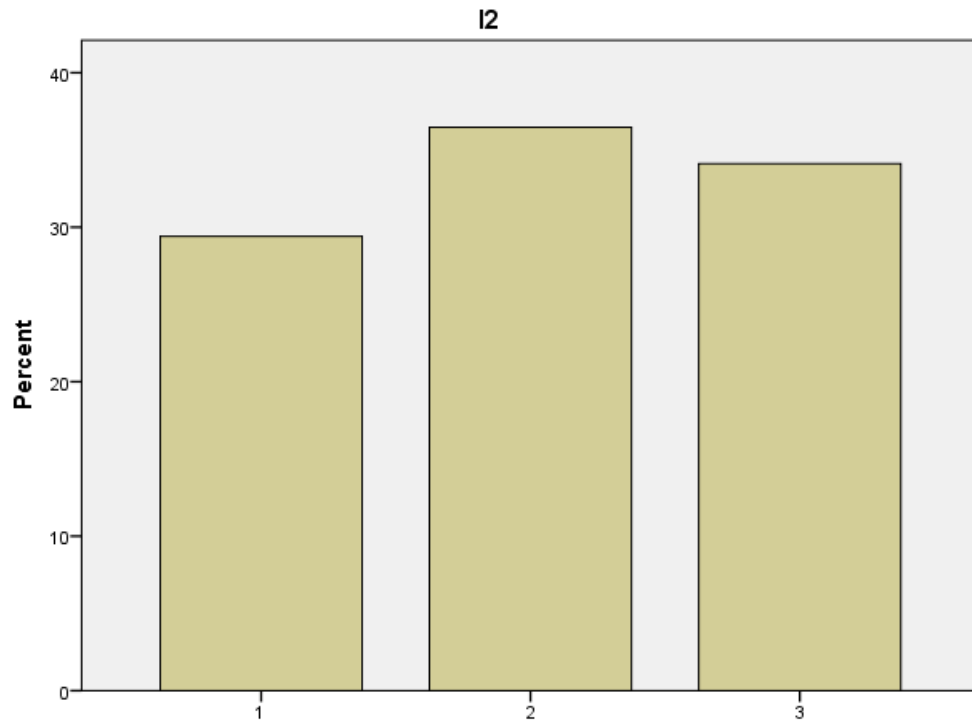
- *Thành tố I2*

Đối với thành tố I2 (Liên tưởng, kết nối các ý tưởng toán học với các yếu tố thực tiễn), chúng tôi nhận được kết quả như sau:

I2

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1	25	29.4	29.4	29.4
2	31	36.5	36.5	65.9
3	29	34.1	34.1	100.0
Total	85	100.0	100.0	

Với 29.4% cho rằng, nó là rất cần thiết và 36.5% là cần thiết. Có 34.1% đánh giá ở mức bình thường. Tuy nhiên, một bất ngờ là không có thành viên nào nói I2 là không cần thiết.



Tham vấn các thành viên, rằng với thành tố I2 như đề xuất, chúng ta có thể đưa vào khung năng lực mô hình hóa toán học và thực hiện bồi dưỡng học sinh ở nhà trường trung học phổ thông hay không? Chúng tôi đều nhận được kết quả rất khả thi. Phần lớn thành viên đều cho rằng nó nên được cho vào là một thành tố cơ bản của năng lực mô hình hóa toán học và có tính khả thi cao trong thực tế dạy và học hiện nay.

- *Thành tố I3*

Với thành tố I3 (Năng lực ước tính, dự đoán các kết quả của tình huống) chúng tôi được kết quả mô tả như sau:

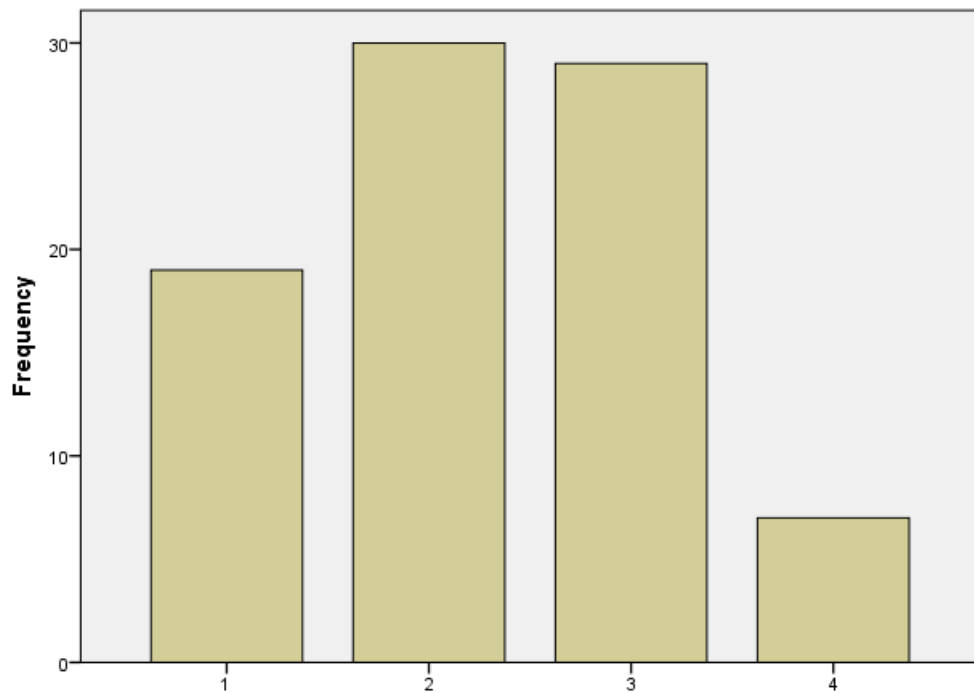
Với tỉ lệ đánh giá mức độ rất cần thiết và cần thiết chiếm tổng trên 57%, cho thấy, việc học sinh cần biết ước tính và dự đoán các kết quả của tình huống trong quá trình mô hình hóa toán học, thực tế nó thể hiện phần nào đó vốn trải nghiệm của học sinh về vấn đề liên quan. Với 34.1% cho rằng năng lực này là bình thường, tức là có thể có hoặc không. Chỉ với 4/85 thành viên coi thành tố này là không cần thiết.

I3

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1	19	21.3	22.4	22.4
2	30	33.7	35.3	57.6
Valid 3	29	32.6	34.1	91.8
4	7	7.9	8.2	100.0
Total	85	95.5	100.0	
Missing System	4	4.5		
Total	89	100.0		

Tiếp tục tìm hiểu về tính khả thi hay không khả thi khi đưa thành tố này vào khung năng lực mô hình hóa và thực hiện trong quá trình bồi dưỡng, chúng tôi thấy đa số thành viên nói rằng nó là khả thi, bởi theo họ, không khó khăn trong việc triển khai bồi dưỡng, chỉ cần giáo viên chú ý đến thành tố này, trong quá trình học tập và mô hình hóa toán học, giáo viên khơi gợi cho học sinh việc nên vận dụng kiến thức, kĩ năng sống, vốn trải nghiệm để dự đoán kết quả của tình huống. Đây chính là bước 1' trong quy trình mà tác giả luận án đã đề xuất (tại Chương 1).

I3



4.1.2.2. Năng lực sử dụng ngôn ngữ trong quá trình mô hình hóa toán học

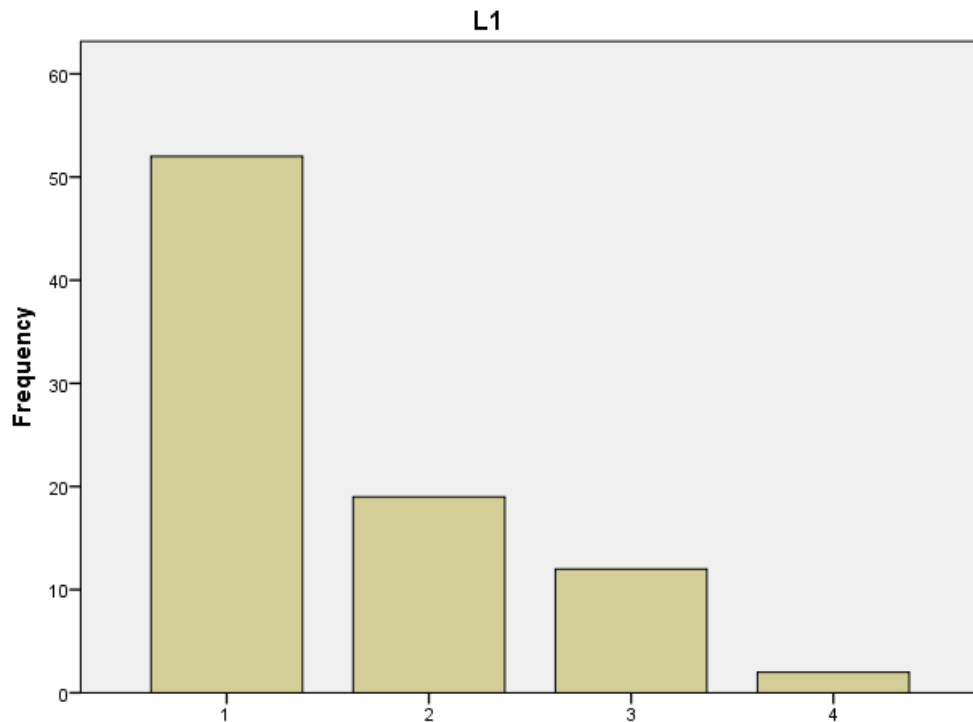
Năng lực sử dụng ngôn ngữ trong quá trình mô hình hóa toán học	
Tiêu chí	Chỉ báo
L1. Diễn đạt vấn đề trong thế giới thực	L1.1. Nhận dạng được vấn đề toán học, sử dụng được kiến thức toán liên quan. L1.2. Diễn đạt lại tình huống bằng ngôn ngữ tự nhiên ngắn gọn chính xác.
L2. Sử dụng ngôn ngữ toán học	L2.1 : Suy luận logic chính xác và chặt chẽ trong học tập và nghiên cứu Toán học. L2.2. Tiếp nhận kiến thức, hiểu và sử dụng chính xác những thuật ngữ, kí hiệu và các biểu diễn toán học. L2.3. Phát triển tư duy logic trong quá trình học Toán.
L3. Diễn đạt một vấn đề dưới nhiều hình thức khác nhau	L3.1. Nhìn vấn đề với nhiều góc độ, phát biểu lại vấn đề với các cách khác nhau. L3.2. Đánh giá được mức độ sử dụng ngôn ngữ tự nhiên và toán học của bản thân trong quá trình học tập.

- *Thành tố L1*

Với thành tố L1 (Diễn đạt vấn đề trong thế giới thực), chúng tôi có kết quả khảo sát như sau:

Với 61.2% nói rằng, vấn đề diễn đạt vấn đề trong thế giới thực là rất cần thiết, và 22.4% là cần thiết. Chỉ với 14.1% và 2.4%

L1				
	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1	52	58.4	61.2	61.2
2	19	21.3	22.4	83.5
Valid 3	12	13.5	14.1	97.6
4	2	2.2	2.4	100.0
Total	85	95.5	100.0	
Missing System	4	4.5		
Total	89	100.0		



Quan tìm hiểu, trao đổi trực tiếp với nhiều thành viên tham gia trả lời, chúng tôi được biết, các thành viên coi thành tố L1 này rất cần thiết trong khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh, họ nói rằng, khi học sinh hiểu biết về vấn đề và học sinh có vốn kinh nghiệm sống, vốn kiến thức liên ngành phong phú thì học sinh sẽ diễn đạt vấn đề trong thế giới thực tốt. Và nhiều thành viên đánh giá cao ý nghĩa của nghiên cứu này và hi vọng giúp học sinh trong tương lai giải quyết tốt các bài toán thực tiễn.

Về việc liệu thành tố L1 có khả thi khi áp dụng vào bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh phổ thông hay không? Câu trả lời mà chúng tôi nhận được như kì vọng của tác giả luận án, 11/11 chuyên gia đều khẳng định thành tố L1 có tính khả thi cao, chỉ có một chút về phía giáo viên, đó là, giáo viên cần đầu tư hơn nữa cho nội dung bài dạy để học sinh có nhiều cơ hội tham gia vào giải quyết các vấn đề trong cuộc sống.

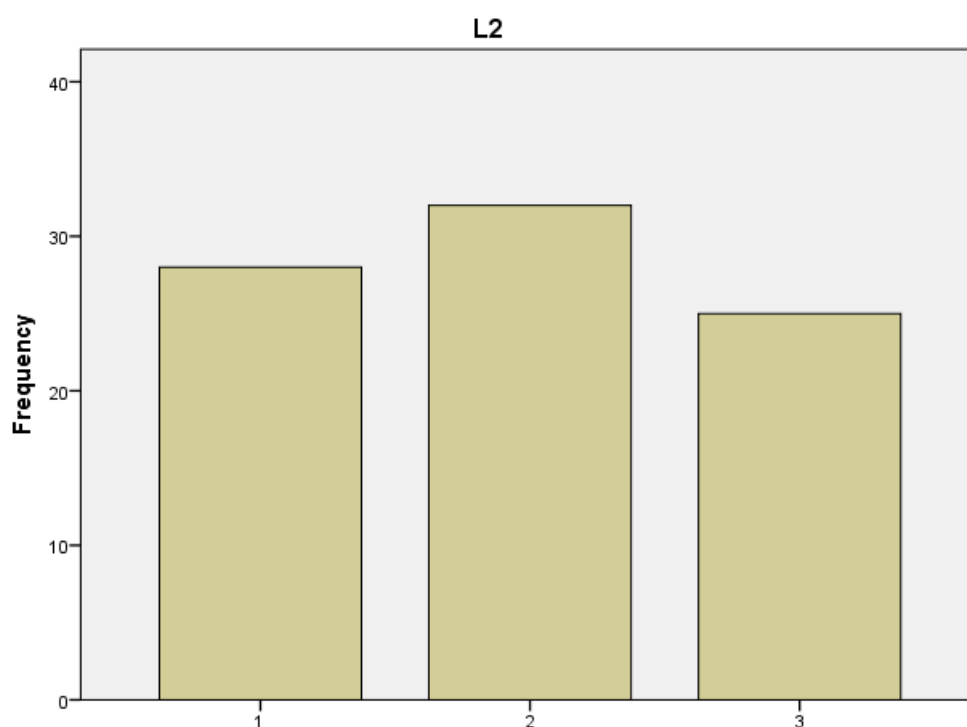
- *Thành tố L2*

Với thành tố L2 (Sử dụng ngôn ngữ toán học), chúng tôi có kết quả khảo sát như sau:

Nhìn biểu đồ thấy rằng, tỉ lệ đánh giá rất cần thiết và cần thiết là cao, với tổng hơn 62%. Trong khi đó mức độ bình thường là 37.6%. Tuy vậy, lại không có thành viên nào cho rằng, thành tố L2 là không cần thiết.

Nhiều giáo viên cho rằng, cần rèn học sinh biết suy luận logic chính xác, chặt chẽ trong học tập và nghiên cứu Toán học là cần thiết. Học sinh tiếp nhận kiến thức, hiểu và sử dụng chính xác những thuật ngữ, kí hiệu và các biểu diễn toán học sẽ giúp họ hiểu hơn nội dung bài học và vận dụng tốt vào thực tiễn, nhờ đó phát triển tư duy logic trong quá trình học Toán.

L2				
	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	28	31.5	32.9
	2	32	36.0	70.6
	3	25	28.1	100.0
	Total	85	95.5	100.0
Missing	System	4	4.5	
Total		89	100.0	



Về tính khả thi của thành tố L2, chúng tôi nhận được sự đồng thuận cao về tính khả thi của nó. Việc thực hiện bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh sẽ không thể tách rời thành tố ngôn ngữ toán học, và việc thực hiện bồi dưỡng năng lực này luôn là một phần của dạy học toán trong nhà trường phổ thông.

- *Thành tố L3*

Với thành tố L3 (Diễn đạt một vấn đề dưới nhiều hình thức khác nhau), chúng tôi có kết quả khảo sát như sau:

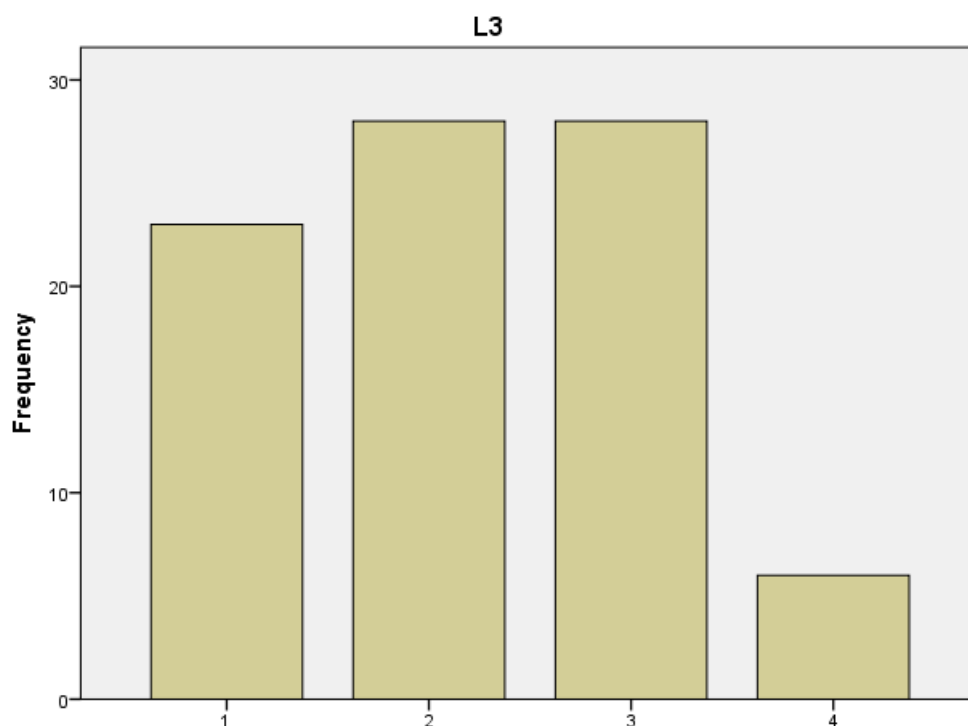
Với 60% cho rằng, năng lực diễn đạt vấn đề dưới nhiều góc độ là rất cần thiết và cần thiết, học sinh chuyển đổi qua lại giữa ngôn ngữ tự nhiên và ngôn ngữ toán học. Một vấn đề được phát biểu bằng nhiều cách sẽ giúp mở rộng thị trường hiểu biết của bản thân học sinh.

Tuy vậy, vẫn có 6/85 thành viên nói rằng, thành tố L3 là không cần thiết. Chúng tôi muốn tìm hiểu sâu hơn lí do cho nhận định này, trong số 6 giáo viên thì có 4 giáo viên nói, họ không có nhiều thời gian để học sinh tập rượt để phát biểu vấn đề bằng nhiều cách, họ quan tâm đến việc học sinh có phát biểu được vấn đề hay không mà thôi. 2 giáo viên còn lại thì nói, ít khi họ yêu cầu học sinh diễn đạt một vấn đề dưới nhiều hình thức vì họ chỉ quan tâm đến kiến thức toán học trọng tâm trong bài và yêu cầu học sinh ghi nhớ.

Đánh giá về tính khả thi của thành tố L3 nếu đưa vào khung năng lực và triển khai bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh, nhiều giáo viên đồng tình nên triển khai và triển khai được, nhưng còn một số rất ít giáo viên tỏ ra khó thực hiện với lí do không có yêu cầu cụ thể từ phía nhà trường.

L3

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1	23	25.8	27.1	27.1
2	28	31.5	32.9	60.0
Valid 3	28	31.5	32.9	92.9
4	6	6.7	7.1	100.0
Total	85	95.5	100.0	
Missing System	4	4.5		
Total	89	100.0		



4.1.2.3. Năng lực xây dựng mô hình toán học

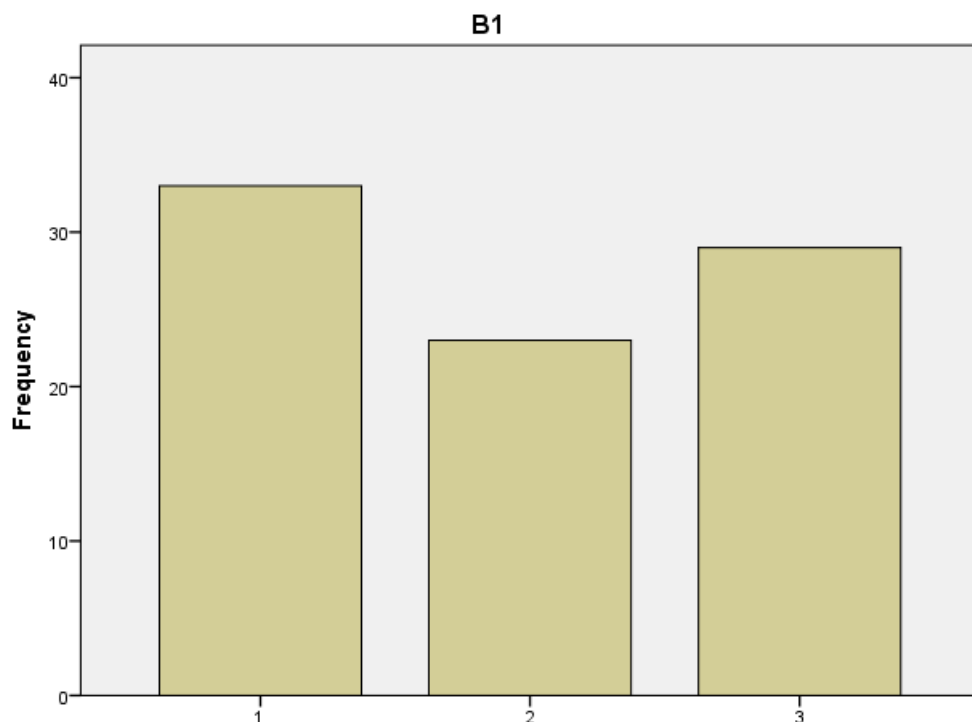
Năng lực xây dựng mô hình toán học	
Tiêu chí	Chỉ báo
B1. Phát hiện vấn đề	B1.1. Tóm lược nội dung vấn đề. B1.2. Chỉ ra những đối tượng chính tác động đến bản chất của vấn đề. B1.3. Phát hiện ra quy luật của tình huống thực tiễn.
B2. Xác định đối tượng trọng tâm trong bối cảnh thế giới thực	B2.1. Xác định yếu tố trọng tâm của tình huống. B2.2. Xác lập mối quan hệ giữa các đối tượng trong vấn đề.
B3. Biểu diễn	B3.1. Biểu diễn các yếu tố (đại lượng) thực tế bằng ký hiệu, khái niệm toán học; B3.2. Biểu đạt các mối quan hệ bằng các mệnh đề toán học, các biểu thức chứa biến. B3.3. Biểu đạt các mối quan hệ bằng đồ thị, biểu đồ,..

- *Thành tố B1*

Với thành tố B1 (Phát hiện vấn đề), chúng tôi có kết quả khảo sát như sau:

B1				
	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid 1	33	37.1	38.8	38.8
2	23	25.8	27.1	65.9
3	29	32.6	34.1	100.0
Total	85	95.5	100.0	
Missing System	4	4.5		
Total	89	100.0		

Qua bảng số liệu và biểu đồ, chúng tôi nhận thấy, các thành viên coi thành tố B1 là rất cần thiết và cần thiết chiếm gần 66%, mức độ bình thường là khoảng 34%, không có thành viên nào nói thành tố này là không cần thiết. Như vậy, chúng tôi nhận định, thành tố B1 là cần được đề xuất vào khung năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học phổ thông. Học sinh cần được nâng cao năng lực, tóm lược vấn đề, sau đó biết chỉ ra những đối tượng chính tác động đến bản chất của vấn đề và phát hiện ra quy luật của tình huống thực tiễn.



Cũng như tính cần thiết của năng lực, tính khả thi khi áp dụng khung năng lực này vào bồi dưỡng học sinh được đánh giá khả thi cao. Tuy vậy, có 3/11 chuyên gia lưu ý với chúng tôi rằng, cần bớt sự trùng lặp, giao thoa hơn giữa các thành tố, tạo sự đơn giản trong khung năng lực đề xuất, khi đó tính thực tiễn sẽ còn hơn.

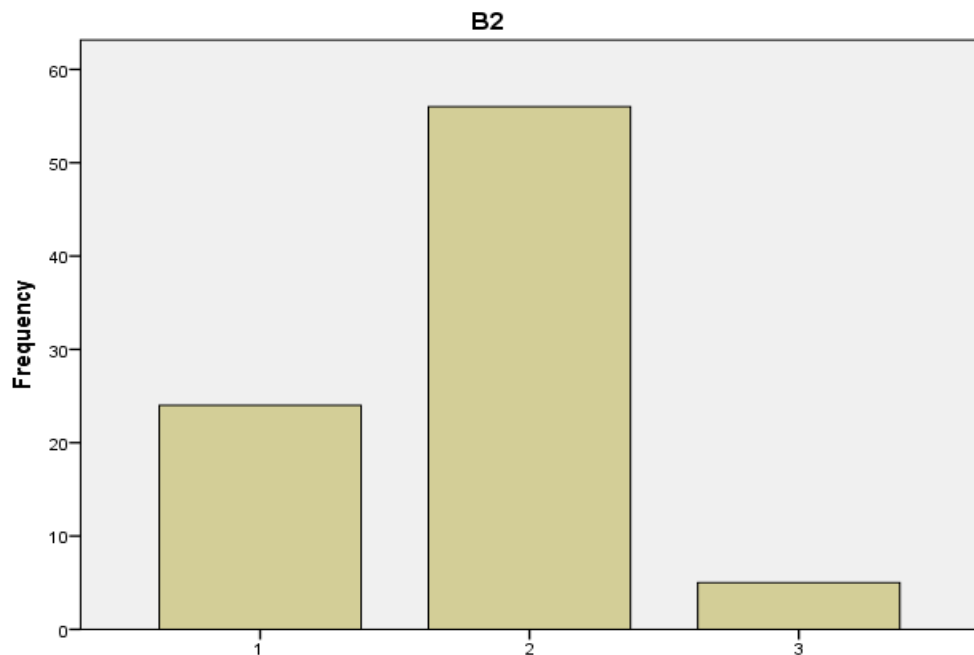
- *Thành tố B2*

Với thành tố B2 (Xác định đối tượng trọng tâm trong bối cảnh thế giới thực), chúng tôi có kết quả khảo sát như sau:

B2				
	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1	24	27.0	28.2
	2	56	62.9	94.1
	3	5	5.6	100.0
	Total	85	95.5	100.0
Missing	System	4	4.5	
Total		89	100.0	

Nhiều thành viên cho rằng, mức độ cần thiết khi giải quyết vấn đề trong bối cảnh thế giới thực là xác định được đối tượng trọng tâm của vấn đề và xác lập được mối quan hệ giữa các đối tượng. Chỉ có 5/85 thành viên cho thành tố B2 là bình thường, không có thành viên nào nói thành tố B2 không cần thiết.

Với 80/85 thành viên khẳng định thành tố này là khả thi khi đưa vào thực tiễn giảng dạy. Chỉ có một thành viên không ý kiến.

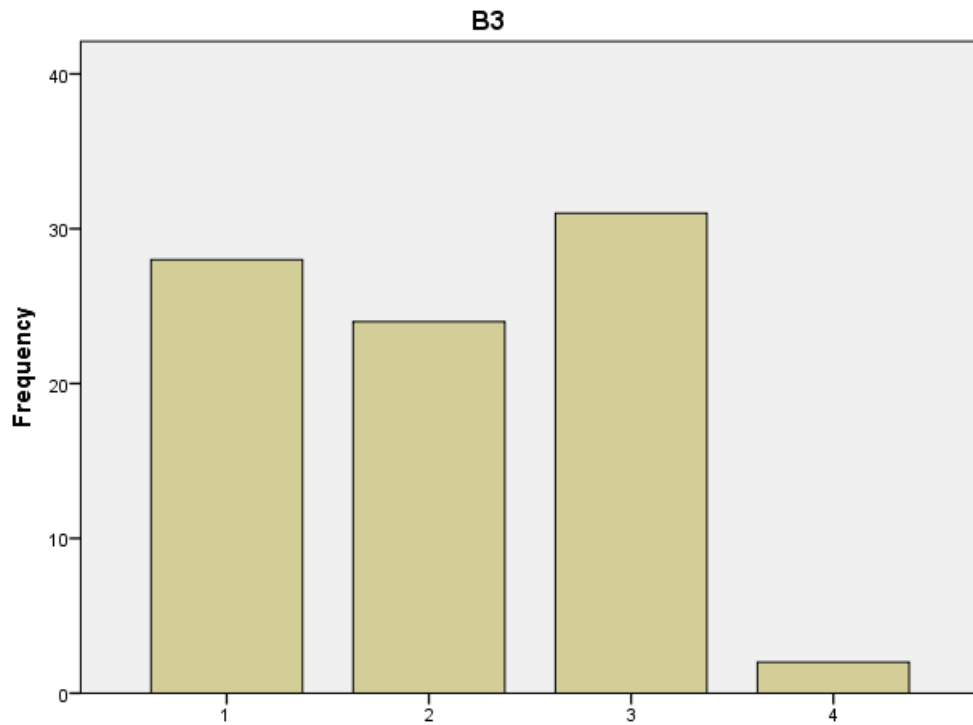


- *Thành tố B3*

Với thành tố B3 (Biểu diễn), chúng tôi có kết quả khảo sát như sau:

B3				
	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1	28	31.5	32.9	32.9
2	24	27.0	28.2	61.2
Valid 3	31	34.8	36.5	97.6
4	2	2.2	2.4	100.0
Total	85	95.5	100.0	
Missing System	4	4.5		
Total	89	100.0		

Chúng tôi nhận thấy, đa số giáo viên và các chuyên gia giáo dục coi thành tố năng lực B3 rất cần thiết và mang tính khả thi. Trong quá trình giải quyết nhiệm vụ, học sinh không thể bỏ qua bước mô tả và biểu diễn các đối tượng trong vấn đề thực và trong toán học. Nhiệm vụ này luôn được các giáo viên lồng ghép trong dạy học. Học sinh sẽ giải quyết được vấn đề thực tiễn nếu chúng biết phát biểu vấn đề, biết biểu diễn mối quan hệ của các đối tượng, chẳng hạn: biểu diễn qua bảng biểu, đồ thị, qua phương trình toán học...



4.1.2.4. Năng lực làm việc với mô hình toán học

Năng lực làm việc với mô hình toán học	
Tiêu chí	Chỉ báo
P1. Mô tả vấn đề	P1.1. Tóm lược vấn đề ngắn gọn, chính xác bằng ngôn ngữ tự nhiên. P1.2. Xác định đối tượng trung tâm của vấn đề, các thuộc tính, mối liên hệ liên quan giữa các đối tượng.
P2. Vận dụng hệ thống toán học	P2.1. Xác định hệ thống tri thức toán học có thể vận dụng. P2.2. Xây dựng mối quan hệ toán học giữa các đối tượng toán học. Giải quyết vấn đề toán học.
P3. Giải thích kết quả	P3.1. Giải thích kết quả theo quá trình giải toán. P3.2. Giải thích kết quả thực tiễn. P3.3. So sánh, giải thích kết quả giữa cách giải toán học và thực tiễn.
P4. Mở rộng vấn đề	P4.1. Đề xuất các vấn đề liên quan có thể mô hình hóa. P4.2. Thay đổi dữ liệu ban đầu của vấn đề thực, đề xuất hiệu chỉnh mô hình toán học phù hợp cho vấn đề.

- *Thành tố P1*

Với thành tố P1 (Mô tả vấn đề), chúng tôi có kết quả khảo sát như sau:

P1				
	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1	47	52.8	55.3	55.3
2	17	19.1	20.0	75.3
Valid 3	17	19.1	20.0	95.3
4	4	4.5	4.7	100.0
Total	85	95.5	100.0	
Missing System	4	4.5		
Total	89	100.0		

Nhiều thành viên trả lời cho mức rất cần thiết đối với thành tố P1 là 55.3%, họ nói, việc học sinh biết tóm lược vấn đề ngắn gọn, chính xác bằng ngôn ngữ tự nhiên, từ đó, học sinh tiếp tục xác định đối tượng trung tâm của vấn đề, các thuộc tính, mối liên hệ liên quan giữa các đối tượng.

Đối với mức độ cần thiết và bình thường được đánh giá là như nhau đều với tỉ lệ 20%. Tuy vậy, vẫn còn một tỉ lệ nhỏ 4/85 thành viên (4.7%) cho rằng, thành tố P1 là không cần thiết cho bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học.

Nhưng nhìn chung, chúng tôi thấy rằng, phần lớn đồng ý để thành tố P1 trong khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT, và cũng nhận định rằng năng lực này là khả thi cho việc thực hiện bồi dưỡng trong hiện tại và thời gian tới.

- *Thành tố P2*

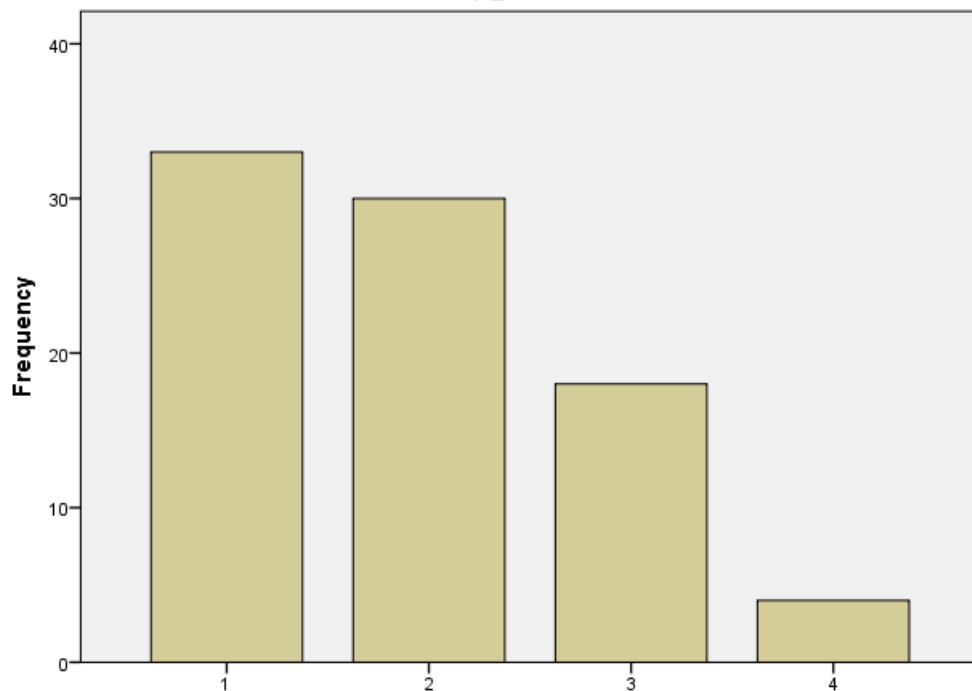
Với thành tố P2 (Vận dụng hệ thống toán học), chúng tôi có kết quả khảo sát như sau:

Xác định hệ thống tri thức toán học có thể vận dụng và xây dựng mối quan hệ toán học giữa các đối tượng toán học giúp giải quyết vấn đề toán học luôn được coi là những thành tố cơ bản của năng lực mô hình hóa toán học. Vì vậy, có tới 74% nói rằng nó rất cần thiết và cần thiết, với 21.2% cho là bình thường, chỉ với 4/85 thành viên (4.7%) coi là không cần thiết.

P2

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1	33	37.1	38.8	38.8
2	30	33.7	35.3	74.1
Valid 3	18	20.2	21.2	95.3
4	4	4.5	4.7	100.0
Total	85	95.5	100.0	
Missing System	4	4.5		
Total	89	100.0		

Nhìn vào biểu đồ, chúng tôi nhận định được mức độ cần thiết của thành tố này trong khung năng lực đề xuất. Trao đổi với các thành viên, chúng tôi nhận được sự đồng ý cao về tính khả thi của thành tố này, bởi nó chính là một phần của quá trình học toán, do đó, nó mang tính khả thi cao.

P2

- *Thành tố P3*

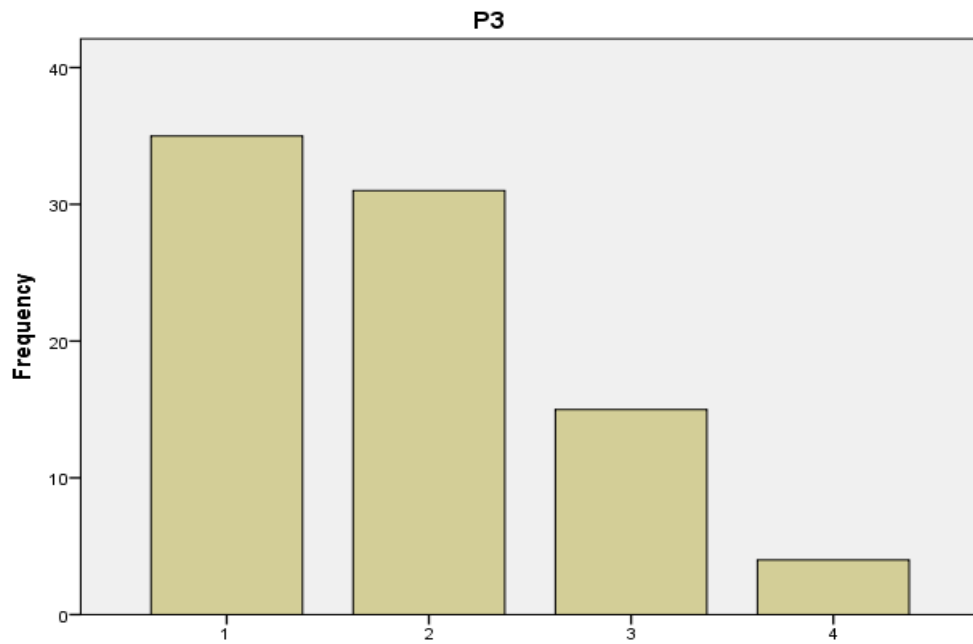
Với thành tố P3 (Giải thích kết quả), chúng tôi có kết quả khảo sát như sau:

Với 41.2% cho rằng, rất cần thiết và 36.5% là cần thiết. Như vậy, thấy rằng, hầu hết các giáo viên và chuyên gia giáo dục đề xem việc học sinh giải thích kết quả là quan trọng trong quá trình mô hình hóa toán học. Học sinh cần hiểu rõ bản chất của quá trình giải toán cũng như hiểu biết về kết quả thực tiễn nó có thể có sự không giống nhau giữa hai cách đưa ra.

P3

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1	35	39.3	41.2	41.2
2	31	34.8	36.5	77.6
Valid 3	15	16.9	17.6	95.3
4	4	4.5	4.7	100.0
Total	85	95.5	100.0	
Missing System	4	4.5		
Total	89	100.0		

Với 17.6% cho là bình thường và chỉ tỉ lệ không đáng kể 4.7% nói là không cần thiết. Tìm hiểu sâu, chúng tôi được biết, một số giáo viên chưa đánh giá đúng mức về tầm quan trọng của việc giải thích kết quả, một phần thì coi đó là chuyện đương nhiên học sinh sẽ thực hiện và đủ năng lực đáp ứng, một số còn lại thì hẳn coi việc giải thích kết quả là cần thiết mà chỉ xác nhận việc học sinh có giải được bài toán hay không. Tuy vậy, số giáo viên có suy nghĩ đó là rất ít.



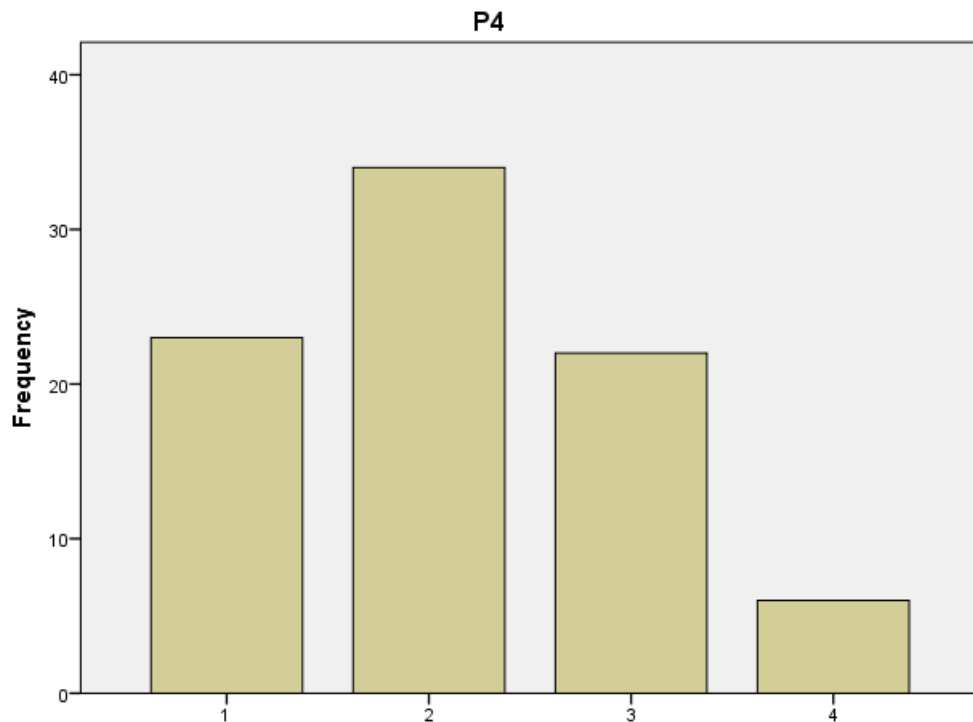
Nhìn chung, đánh giá của đa số giáo viên và chuyên gia giáo dục đều cho rằng, thành tố P3 là cần thiết và có tính khả thi để áp dụng bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT.

- *Thành tố P4*

Với thành tố P4 (Mở rộng vấn đề), chúng tôi có kết quả khảo sát như sau: Nhìn chung, phần lớn thành viên trả lời đều đánh giá, năng lực mở rộng vấn đề là rất cần thiết và cần thiết. Họ có trao đổi rằng, quá trình học tập và trải nghiệm của học sinh nếu được thực hiện tốt, học sinh sẽ có sự nhạy bén trong nhìn nhận vấn đề và cũng từ các vấn đề mới giải quyết sẽ suy nghĩ đến các vấn đề mới phát sinh, mở rộng hơn. Và như thế, thành tố P4 nên được xem xét như là một sự phát triển cao hơn về năng lực mô hình hóa toán học của học sinh.

P4

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1	23	25.8	27.1	27.1
2	34	38.2	40.0	67.1
Valid 3	22	24.7	25.9	92.9
4	6	6.7	7.1	100.0
Total	85	95.5	100.0	
Missing System	4	4.5		
Total	89	100.0		



Do vậy, trên 67% đánh giá thành tố P4 là rất cần thiết và cần thiết. Họ cũng khẳng định tính khả thi của nó trong khung năng lực để bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT.

Với 25.9% đánh giá P4 ở mức độ bình thường, chúng tôi tìm hiểu sâu thì được biết, nhiều giáo viên nói rằng, việc giải quyết xong vấn đề thực tiễn theo họ như thế đã coi là hoàn thành, họ không yêu cầu học sinh phát triển mô hình hay mở rộng vấn đề, nhưng nếu trong quá trình giải quyết vấn đề, học sinh phát triển vấn đề thì học vẫn khuyến khích và cùng chia sẻ.

Với 6% thể hiện ở mức độ không cần thiết. Đây chỉ là một số ít giáo viên (chủ yếu là giáo viên lớn tuổi) mà chúng tôi được biết, họ nói rằng, vì quen với cách dạy truyền thống và ngại dạy học mà đưa các vấn đề thực tiễn vào bài, họ không có động lực đổi mới phương pháp dạy học.

Nhưng nhìn chung, chúng tôi vẫn khẳng định được rằng, phần lớn giáo viên và toàn bộ chuyên gia giáo dục đánh giá cao tính cần thiết và khả thi của thành tố P4 trong khung năng lực đề xuất.

4.1.2.5. Năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình

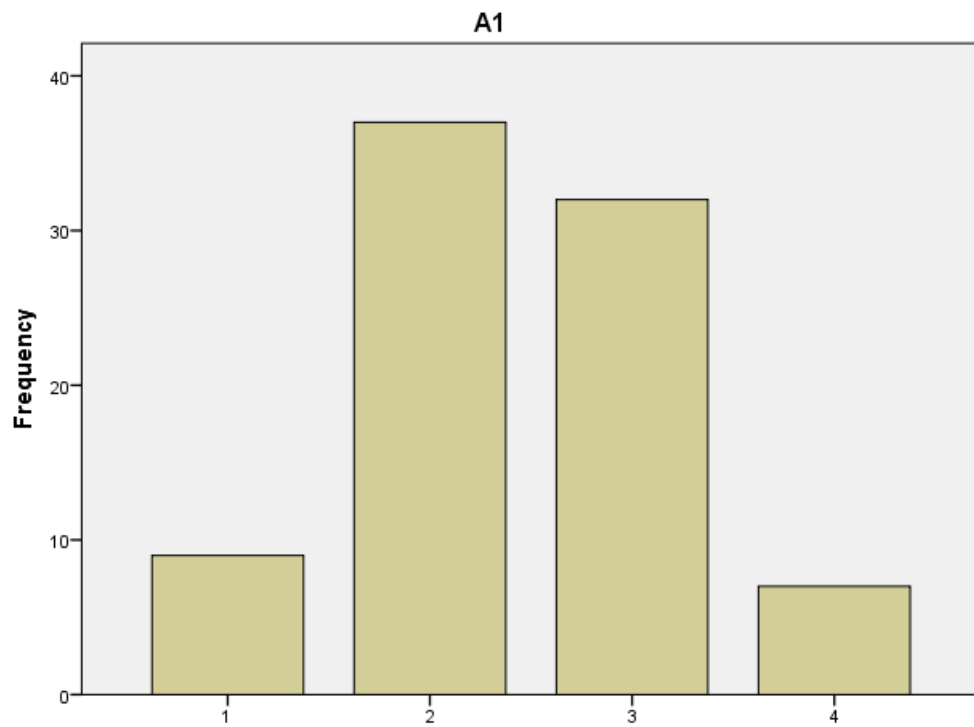
Năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình	
Tiêu chí	Chỉ báo
A1. Kiểm tra, đối chiếu kết quả	A1.1. Đưa ra kết quả giải toán. A1.2. Lí giải kết quả toán học và kết quả thực tiễn.
A2. Phê phán, phát hiện giới hạn của mô hình	A2.1. Chỉ ra hạn chế mô hình hiện tại. A2.2. Phân tích lí do cho các hạn chế trong mô hình.
A3. Điều chỉnh mô hình	A3.1. Đề xuất phương án cải tiến mô hình.

Kết quả xin ý kiến giáo viên và chuyên gia giáo dục về tính cần thiết và khả thi của thành tố năng lực A (Năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình).

Chúng tôi nhận được ý kiến, thành tố A1 và A3 nên giảm bớt sự giao thoa giữa hai thành tố này.

A1

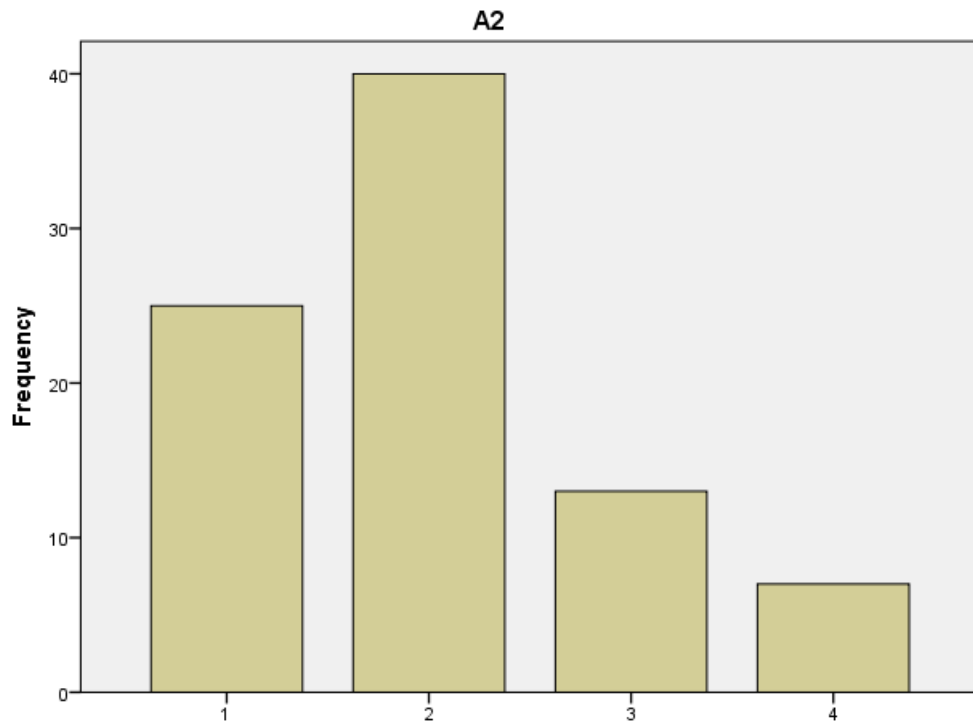
	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1	9	10.1	10.6	10.6
2	37	41.6	43.5	54.1
Valid 3	32	36.0	37.6	91.8
4	7	7.9	8.2	100.0
Total	85	95.5	100.0	
Missing System	4	4.5		
Total	89	100.0		



Đối với thành tố A2 (Phê phán, phát hiện giới hạn của mô hình), kết quả cho thấy, có 29.4% nói rằng rất cần thiết, 47.1% nói cần thiết. Đánh giá mức bình thường là 15.3% và không cần thiết là 8.2%.

A2

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid 1	25	28.1	29.4	29.4
2	40	44.9	47.1	76.5
3	13	14.6	15.3	91.8
4	7	7.9	8.2	100.0
Total	85	95.5	100.0	
Missing System	4	4.5		
Total	89	100.0		

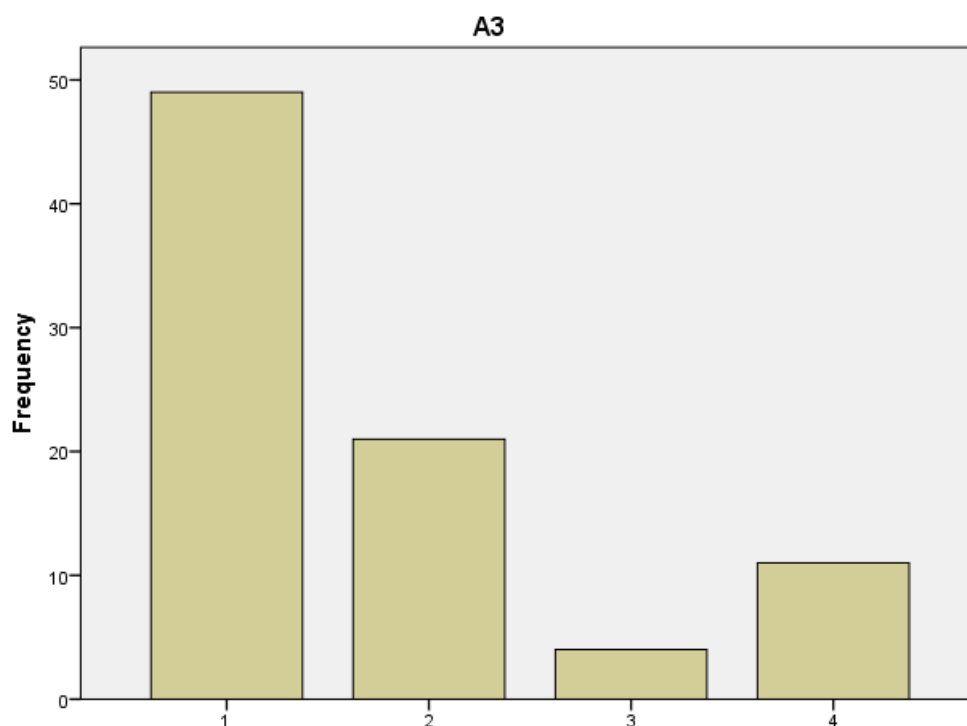


Nhìn qua biểu đồ thấy, các thành viên trả lời vẫn coi A2 là cần thiết và khả thi, bởi theo giải thích của các giáo viên và chuyên gia giáo dục, năng lực phê phán và phát hiện giới hạn của mô hình là một sự phát triển tư duy cao. Để học sinh tiến bộ nói chung và tiến bộ về năng lực mô hình hóa toán học nói riêng.

Đối với năng lực A3 (Điều chỉnh mô hình), tuy được đánh giá là rất cần thiết và cần thiết với tỉ lệ cao là 57.6% và 24.7%. Nhưng lại có số thành viên trả lời không cần thiết cao 11/85 thành viên.

A3

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1	49	55.1	57.6	57.6
2	21	23.6	24.7	82.4
Valid 3	4	4.5	4.7	87.1
4	11	12.4	12.9	100.0
Total	85	95.5	100.0	
Missing System	4	4.5		
Total	89	100.0		



Kết luận chung: Qua kết quả tìm hiểu về tính cần thiết và tính khả thi về khung năng lực đề xuất, chúng tôi nhận thấy, khung năng lực mà chúng tôi đưa ra đã bao gồm những thành tố được coi là cơ bản của năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT. Tuy mức độ đánh giá có khác nhau giữa các thành tố, nhưng nhận định chung vẫn thể hiện được sự cần thiết của khung năng lực đề xuất và tính khả thi của khung năng lực này cho thực hiện bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT.

4.2. Khảo nghiệm sự cần thiết và tính khả thi của các biện pháp đề xuất

4.2.1. Phương pháp khảo nghiệm

▪ *Mục đích khảo nghiệm*

Mục đích khảo nghiệm là nhằm thu thập thông tin đánh giá về sự cần thiết và tính khả thi của các biện pháp đã đề xuất cho bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT, trên cơ sở đó để điều chỉnh những biện pháp chưa phù hợp và khẳng định độ tin cậy của các biện pháp được đánh giá.

▪ *Nội dung khảo sát*

Nội dung khảo sát gồm:

+ Các biện pháp được đề xuất có thực sự cần thiết đối với việc bồi dưỡng nhằm nâng cao năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT?

+ Các biện pháp được đề xuất có thực sự khả thi đối với việc bồi dưỡng nâng cao năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT?

▪ *Phương pháp khảo sát*

Tác giả xin ý kiến bằng bảng hỏi với 3 mức độ đánh giá: 1-Rất cần thiết; 2-Cần thiết; 3- Không cần thiết.

▪ *Đối tượng khảo sát*

Tổng cộng: 85 người tham gia trả lời phiếu (trong đó có: 11 chuyên gia giáo dục và giảng viên; 74 giáo viên Toán THPT)

11 chuyên gia giáo dục hiện vẫn đang tích cực nghiên cứu, các chuyên gia thuộc các trường đại học và học viện (Trường Đại học Sư phạm, Đại học Thái Nguyên; Trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên; Trường Đại học Giáo dục, Đại học quốc gia Hà Nội; Trường Đại học Sư phạm Hà Nội).

74 giáo viên Toán THPT thuộc các trường: THPT Chu Văn An, Hà Nội; THPT Lê Quý Đôn, Hà Nội; THPT Xuân Giang, Hà Nội; THPT Trung Giã, Hà Nội; THPT Thái Phiên, Đà Nẵng; THPT Hoàng Hoa Thám, Đà Nẵng; THPT Lê Hồng Phong, Đồng Nai; THPT Trần Biên, Đồng Nai; THPT Đông Sơn 2, Thanh Hóa; THPT Nguyễn Hoàng, Thanh Hóa.

4.2.2. Kết quả khảo nghiệm

Căn cứ số liệu thống kê ý kiến trung cầu, luận án tính toán để xác định điểm trung bình về tính cấp thiết, tính khả thi của 3 biện pháp, với chuẩn đánh giá là:

Công cụ xử lý số liệu là sử dụng các thuật toán của phương pháp thống kê toán học để tính giá trị trung bình cộng có trọng số $\overline{X}$ của các mức độ cần đánh giá đối với 1 tiêu chí phải đánh giá theo công thức sau:

$$\overline{X}_j = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Trong đó:

- + j là thứ tự của các tiêu chí (hoạt động quản lý cần đánh giá);
- + $\overline{X}_j$ là giá trị trung bình cộng có trọng số của các mức độ được đánh giá đối với tiêu chí cần đánh giá thứ j (hoạt động quản lý cần đánh giá thứ j);
- + $x_1, x_2, \dots, x_n$ các mức độ được đánh giá đối với một tiêu chí cần đánh giá (có n mức độ được đánh giá).

+ $f_1, f_2, \dots, f_n$ là số lượng các ý kiến đồng ý đánh giá về từng mức độ đạt được của mỗi tiêu chí tương ứng mỗi mức độ cần đánh giá ($x_1, x_2, \dots, x_n$).

Kết quả dữ liệu khảo sát được xử lý theo giá trị trung bình, phân theo thang đánh giá như sau:

- + $1.0 \leq \bar{X} \leq 1.66$: không cần thiết/ không khả thi;
- + $1.67 \leq \bar{X} \leq 2.33$: cần thiết/khả thi;
- + $2.34 \leq \bar{X} \leq 3.0$: rất cần thiết/rất khả thi.

Bảng 4.1. Kết quả thăm dò ý kiến đánh giá tính cần thiết của các biện pháp

N= 74

Tiêu chí đánh giá	Số lượng/ Tỉ lệ	Mức độ			Điểm TB $\bar{X}$	Thứ tự
		Rất cần thiết	Cần thiết	Không cần thiết		
Biện pháp 1	Số lượng	51	21	2	2.66	1
	Tỉ lệ %	68.92	28.38	2.70		
Biện pháp 2	Số lượng	47	22	5	2.57	3
	Tỉ lệ %	63.51	29.73	6.76		
Biện pháp 3	Số lượng	49	20	5	2.59	2
	Tỉ lệ %	66.22	27.03	6.76		

Ghi chú:

- + Biện pháp 1: Bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ toán học với ngôn ngữ tự nhiên và ngược lại.
- + Biện pháp 2. Tập luyện cho học sinh về chiến lược giải trong lĩnh vực mô hình hóa toán học.
- + Biện pháp 3: Từ các tình huống có vấn đề, tập luyện cho học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải phù hợp với bối cảnh thực.

Kết quả khảo nghiệm cho thấy:

- Cả 3 biện pháp được đánh giá ở mức độ rất cần thiết và cần thiết, trong đó biện pháp “*Bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ toán học với ngôn ngữ tự nhiên và ngược lại*” được đánh giá là cần thiết nhất, với điểm đánh giá trung bình $\bar{X} = 2,66$. Điều này cho thấy, giáo viên rất chú trọng đến hoạt động thực hành của học sinh, với mong muốn từ các tình huống có vấn đề, học sinh làm quen với cách tiếp cận các bài toán thực tiễn, học cách chuyển đổi ngôn ngữ tự nhiên sang ngôn

ngữ toán học và ngược lại. Thông qua các ví dụ đó, học sinh yêu thích các bài toán thực tiễn, khơi gợi niềm đam mê tìm tòi khám phá các vấn đề trong cuộc sống mà các em có thể cố gắng sẽ giải quyết được.

Tiếp đó các biện pháp “Từ các tình huống có vấn đề, tập luyện cho học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải phù hợp với bối cảnh thực.” với $\bar{X} = 2,59$.

Với biện pháp có thứ bậc đánh giá thứ 3 là biện pháp “*Tập luyện cho học sinh về chiến lược giải trong lĩnh vực mô hình hóa toán học*” với $\bar{X} = 2,57$.

Tuy có sự khác nhau về mức độ cần thiết ở các biện pháp, song nhìn chung, các thành viên đều có chung quan điểm là các biện pháp mà tác giả luận án đề xuất là phù hợp và cần thiết trong bối cảnh đổi mới giáo dục phổ thông hiện nay, hướng tới người học biết vận dụng kiến thức vào cuộc sống.

Tiếp theo, để kiểm chứng liệu các biện pháp đề xuất có thể thực hiện được hay không trong các nhà trường phổ thông. Chúng tôi, khảo sát tính khả thi của biện pháp. cụ thể:

Bảng 4.2. Kết quả thăm dò ý kiến đánh giá tính khả thi của các biện pháp

N= 74

Tiêu chí đánh giá	Số lượng/ Tỉ lệ	Mức độ			Điểm TB $\bar{X}$	Thứ tự
		Rất khả thi	Khả thi	Không khả thi		
Biện pháp 1	Số lượng	52	18	4	2.65	2
	Tỉ lệ %	70.27	24.32	5.41		
Biện pháp 2	Số lượng	45	24	5	2.54	3
	Tỉ lệ %	60.81	32.43	6.76		
Biện pháp 3	Số lượng	52	19	3	2.66	1
	Tỉ lệ %	70.27	25.68	4.05		

Ghi chú:

- + Biện pháp 1: Bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ toán học với ngôn ngữ tự nhiên và ngược lại.
- + Biện pháp 2. Tập luyện cho học sinh về chiến lược giải trong lĩnh vực mô hình hóa toán học.
- + Biện pháp 3: Từ các tình huống có vấn đề, tập luyện cho học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải phù hợp với bối cảnh thực.

Kết quả khảo sát cho thấy, cả 3 biện pháp đề có giá trị trung bình trong khoảng [2.54;2.66], giá trị này thể hiện, tất cả các biện pháp đều được đánh giá là khả thi, không có biện pháp thiếu tính tính khả thi. Cụ thể, biện pháp “*Từ các tình huống có vấn đề, tập luyện cho học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải phù hợp với bối cảnh thực*” với ($\bar{X} = 2.66$) được đánh giá là khả thi nhất, tiếp đến là biện pháp “*Bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ toán học với ngôn ngữ tự nhiên và ngược lại*” với $\bar{X} = 2.65$. Biện pháp đứng thứ 3 là “*Tập luyện cho học sinh về chiến lược giải trong lĩnh vực mô hình hóa toán học*” với $\bar{X} = 2.54$. Nhìn chung, cả 3 biện pháp được tác giả đề xuất đều được đánh giá có tính khả thi (với điểm trung bình $\bar{X}$ đều nằm ở mức rất khả thi)

Từ kết quả khảo nghiệm và phân tích đánh giá tính cần thiết và khả thi của các biện pháp đề xuất. Tác giả luận án nhận thấy:

Để nâng cao năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT, giáo viên cần quan tâm đến việc tổ chức thực hiện các biện pháp.

Với mỗi biện pháp, sẽ có những thuận lợi và khó khăn nhất định khi thực hiện. Chẳng hạn:

Đối với biện pháp 1 (Bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ toán học với ngôn ngữ tự nhiên và ngược lại), biện pháp này là một giai đoạn quan trọng của quá trình mô hình hóa toán học. Tuy nhiên, học sinh sẽ chưa có được năng lực chuyển đổi ngôn ngữ toán học và tự nhiên tốt nếu chúng chưa được bồi dưỡng. Học sinh rất dễ mắc sai lầm về ngôn ngữ, cách biểu thị lại vấn đề từ thế giới bên ngoài vào toán học. Do vậy, giáo viên nên giúp học sinh tập quen dần qua các ví dụ thực tiễn đơn giản từ sách giáo khoa đến các vấn đề đơn giản thường ngày, các ví dụ ban đầu ít các đối tượng tác động và tăng dần, để học sinh học cách chuyển đổi các mối quan hệ đối tượng ở vấn đề cuộc sống sang các đối tượng toán học và mối liên hệ toán học của chúng. Năng lực chuyển đổi ngôn ngữ toán học và ngôn ngữ tự nhiên của học sinh sẽ từng bước được nâng lên.

Biện pháp 2 (Tập luyện cho học sinh về chiến lược giải trong lĩnh vực mô hình hóa toán học), giáo viên cần đầu tư thời gian nghiên cứu bài học, tìm kiếm nguồn dữ liệu liên quan trong cuộc sống, gợi mở nhiều ý tưởng về các kết nối mô hình hóa toán học với giải quyết nhiệm vụ thực tiễn. Chỉ khi học sinh thấy toán học là có mặt trong các vấn đề, mô hình hóa toán học đã giúp giải quyết được vấn đề, khi đó, kích

thích sự tò mò, khám phá thế giới xung quang, thúc đẩy suy nghĩ cần phải giải quyết các nhiệm vụ trong cuộc sống đang phải đối mặt. Tuy nhiên, để học sinh có được khả năng thực hiện các chiến lược giải, giáo viên nên tạo nhiều cơ hội để học sinh tập giải quyết các tình huống trong bối cảnh thực, nhờ đó sẽ tìm các chiến lược giải phù hợp

Đối với biện pháp 3 (Từ các tình huống có vấn đề, tập luyện cho học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải phù hợp với bối cảnh thực), việc học sinh chọn lọc và đánh giá lời giải là rất quan trọng. Vì vậy, giáo viên nên quan tâm tới năng lực này. Theo tác giả luận án, trong quá trình dạy học, giáo viên nên lồng ghép mỗi phần nội dung về ứng dụng thực tiễn, cùng thảo luận về chúng trong các giờ học. Chẳng hạn, học về phương trình, chúng ta nghĩ đến việc tính tiền mua hàng, lựa chọn sản phẩm ở các chương trình khuyến mãi...; học về hệ phương trình, giáo viên gợi ý học sinh về bài toán năng suất trong thực tiễn như xây dựng nhà, cùng nhau làm một sản phẩm...; học về lượng giác, giúp học sinh tìm kiếm ứng dụng về đo khoảng cách đến những vị trí khó đặt thước... Như vậy, để có năng lực chọn lọc, đánh giá lời giải, xem xét lời giải này có phù hợp với thực tế cuộc sống hay không, nhờ đó, học sinh thấy rằng, đôi khi kết quả của lời giải toán học sẽ không thể vận dụng được vào trong tình huống thực tế.

4.3. Thử nghiệm biện pháp: Từ các tình huống có vấn đề, tập luyện cho học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải phù hợp với bối cảnh thực

Ngày nay, học sinh cần phát triển mạnh về năng lực giải quyết các tình huống trong bối cảnh thực. Do vậy, việc học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải là hết sức cần thiết. Bởi đôi khi, lời giải đó chỉ phù hợp với việc tính toán trên sách vở, nhưng trong thực tiễn thì không thể thực hiện được. Việc tìm kiếm một lời giải hợp lý cho giải quyết vấn đề từ bối cảnh thực là cần thiết, khi đó, việc học tập của học sinh mới mang lại ý nghĩa thực sự.

Để thực hiện thử nghiệm biện pháp, tác giả luận án và giáo viên đã có trao đổi cụ thể trực tiếp, vì vậy, giáo viên nắm bắt được mục đích của thử nghiệm.

4.3.1. Mục đích và nội dung thử nghiệm

▪ Mục đích thực nghiệm

Nhằm thu thập thông tin về năng lực đánh giá, chọn lọc lời giải của học sinh thông qua hoạt động giải quyết một số tình huống có vấn đề trong bối cảnh thực.

▪ *Nội dung thực nghiệm*

Nội dung 1: Giáo viên chuẩn bị một số tình huống có vấn đề trong thế giới thực, học sinh thực hiện giải quyết vấn đề.

Nội dung 2: Tác giả luận án đã đề nghị giáo viên phụ trách tạo điều kiện cho học sinh tự tìm kiếm tình huống có vấn đề trong bối cảnh thực, học sinh giải quyết vấn đề.

4.3.2. Phương pháp thử nghiệm

+ Đối tượng tham gia: 03 học sinh (lớp 10 A, Trường THPT Xuân Giang, do thầy Lê Hồng Nam dạy bộ môn Toán) (Nhóm 1) được tác động bởi các biện pháp tác giả luận án đề xuất, các học sinh cùng nhau giải quyết nhiệm vụ tại nội dung 1; Tại nội dung 2, nhóm tự tìm kiếm tình huống trong bối cảnh thực để giải quyết.

03 học sinh (lớp 10 C, Trường THPT Xuân Giang, do thầy Đỗ Thanh Sơn dạy bộ môn Toán) không được tác động bởi bất kì biện pháp nào mà tác giả luận án đề xuất tại luận án này (Nhóm 2).

Cụ thể:

Bảng 4.3. Thông tin về học sinh tham gia thực nghiệm

Nhóm	Tên học sinh, Lớp, Trường	Ghi chú
Nhóm 1	1. Nguyễn Văn An, Lớp 10A, THPT Xuân Giang 2. Nguyễn Thị Thuyên, lớp 10A, THPT Xuân Giang 3. Trương Thị Yến, lớp 10A, THPT Xuân Giang	Được tác động bởi biện pháp đề xuất. Giáo viên dạy bộ môn Toán: Thầy Lê Hồng Nam
Nhóm 2	4. Đỗ Bá Khánh, Lớp 10C, THPT Xuân Giang 5. Nguyễn Thị Minh Phi, lớp 10C THPT Xuân Giang. 6. Nguyễn Đức Kiên, lớp 10C THPT Xuân Giang	Không được tác động bởi biện pháp đề xuất. Giáo viên dạy bộ môn Toán: Thầy Đỗ Thanh Sơn

Với sự giúp đỡ của Tổ Toán - Tin, cùng với sự giúp đỡ của thầy Lê Hồng Nam trực tiếp dạy bộ môn Toán, biện pháp mà tác giả luận án đề xuất đã được thực hiện trong quá trình dạy học Toán tại lớp 10A trong thời gian (từ tháng 3/2019 đến tháng 4/2019). Tác giả luận án đã trao đổi với thầy Lê Hồng Nam về việc sẽ thực hiện thực nghiệm và mong muốn có được đánh giá chính xác năng lực mô hình hóa toán học của học sinh thông qua năng lực đánh giá, chọn lọc lời giải của học sinh. Việc chọn lựa 03 học sinh này đã được thầy Lê Hồng Nam chọn lựa với quan điểm: học sinh yêu thích học toán, tự nguyện tham gia thực nghiệm, có đủ điều kiện về thời gian.

Tương tự đối với 03 học sinh thuộc nhóm không được tác động bởi biện pháp mà tác giả luận án đề xuất trong luận án này, giáo viên là thầy Đỗ Thanh Sơn Cũng giúp tác giả luận án chọn 03 học sinh cũng với tiêu chí như các học sinh được tác động bởi biện pháp.

Tác giả luận án cùng với thầy cô đã thống nhất thời gian cho thực hiện thực nghiệm là 05 ngày, bắt đầu từ ngày thứ 2 và kết thúc vào ngày thứ 6 (cụ thể: thứ 2, ngày 18, tháng 3, năm 2019 đến thứ 6, ngày 24, tháng 3, năm 2019).

+ Công cụ đánh giá:

Tác giả luận án trao đổi với giáo viên giúp thực nghiệm, và chúng tôi thống nhất cùng sử dụng một mẫu Rubic để đánh giá. Sau khi hết thời gian thực nghiệm, giáo viên sử dụng phiếu Rubic dưới đây để tìm hiểu học sinh của họ đã làm được gì và ở mức độ nào, từ đó, đánh giá được năng lực mô hình hóa Toán học của mỗi học sinh.

Rubric 1. Đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của học sinh

	Tuyệt vời	Tốt	Trung bình	Cần cố gắng
Chuyển đổi ngôn ngữ tự nhiên với toán học và ngược lại				
Vận dụng kiến thức Toán học trong các bước của mô hình hóa toán học				
Chọn lựa chiến lược giải quyết vấn đề				
Đánh giá lời giải toán học với yêu cầu thực tiễn				
Trình bày				
Đánh giá tổng thể:				

PHIẾU DÀNH CHO THỰC NGHIỆM

PHIẾU 1: TÌNH HUỐNG CÓ VẤN ĐỀ TRONG BỐI CẢNH THỰC

(Các em hãy suy nghĩ và tìm giải pháp giải quyết nhiệm vụ mà có thể vận dụng tốt trong thực tiễn, sau đó hãy lí giải cho mọi người hiểu vì sao em chọn giải pháp đó)

Tình huống 1. (Trồng cây) Giám đốc công ty X vừa khánh thành ngôi nhà của mình, diện tích mảnh đất làm nhà là 600 m^2 , phải dùng 95m lưới sắt để làm rào chắn. Bây giờ ông ta muốn trồng cây xanh và hoa để ngôi nhà thêm đẹp. Theo ý ông, dọc ngôi nhà là trồng cây tùng, trước và sau ngôi nhà trồng cây trúc cảnh. Khoảng cách mỗi cây cảnh phải đảm bảo kỹ thuật. Nếu bạn nhận nhiệm vụ này, bạn sẽ làm như thế nào (biết cổng ra vào dài 5m), khu vườn ngôi nhà có dạng hình chữ nhật.

Tình huống 2. (Sơn cửa) Hai công nhân được giao nhiệm vụ sơn một bức tường. Sau khi người thứ nhất làm được 7h và người thứ hai làm được 4h thì họ sơn được $\frac{5}{9}$ bức tường. Sau đó họ bắt tay làm chung trong 4h thì chỉ còn $\frac{1}{18}$ bức tường chưa sơn. Vì cả hai người này đều bận nên nhờ người công nhân thứ ba sơn tiếp bức tường còn lại. Bây giờ phải chia tiền công như thế nào cho công bằng. Biết rằng người chủ khoán tiền công sơn bức tường này là 360000đ.

PHIẾU 2: ĐỀ XUẤT TÌNH HUỐNG CÓ VẤN ĐỀ TRONG BỐI CẢNH THỰC VÀ HƯỚNG GIẢI QUYẾT

(Các em hãy nêu ra một hay một vài tình huống có vấn đề trong thực tiễn cuộc sống, sau đó nêu hướng giải quyết)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.3.3. Phân tích quá trình thử nghiệm

• TÌNH HUỐNG 1

Đây là một vấn đề thực tiễn, học sinh không quen thuộc hay biết thuật giải khi học trên lớp. Học sinh cần huy động kiến thức toán học liên quan, vốn trải nghiệm để tìm kiếm giải pháp. Học sinh cần tính số cây cảnh để trồng trong khu vườn theo ý của ông chủ. Vậy, chúng ta cần quan tâm đến khoảng cách của mỗi loại cây cảnh chiều dài, chiều rộng của khu vườn.

Nhóm 1:

Mô tả cách giải quyết của nhóm 1. Trước tiên, các em vẽ mô tả vấn đề, cùng nhau trao đổi và thống nhất cách làm. Các em đều cho rằng, cần phải tìm khoảng cách của mỗi cạnh của vườn, nếu tìm được khoảng cách các cạnh thì sao đó mới tính trồng cây.

Việc tính khoảng cách các cạnh được các em vận dụng tốt kiến thức toán như: công thức diện tích, chu vi hình chữ nhật, nghiệm của phương trình bậc hai. Sau đây là bản mô tả cách tìm các cạnh của mảnh vườn mà nhóm 1 thực hiện.

Ta có:

- + Diện tích $600m^2$
- + Cổng rộng $5m$
- + Lưới bao quanh $95m$ (không chừa cổng)

Trước: x
 Tỉng: y
 Truớc: $5m$
 Cổng

* Cần phải tìm các độ dài?
 * Lựa chọn cách đảm bảo kỹ thuật?

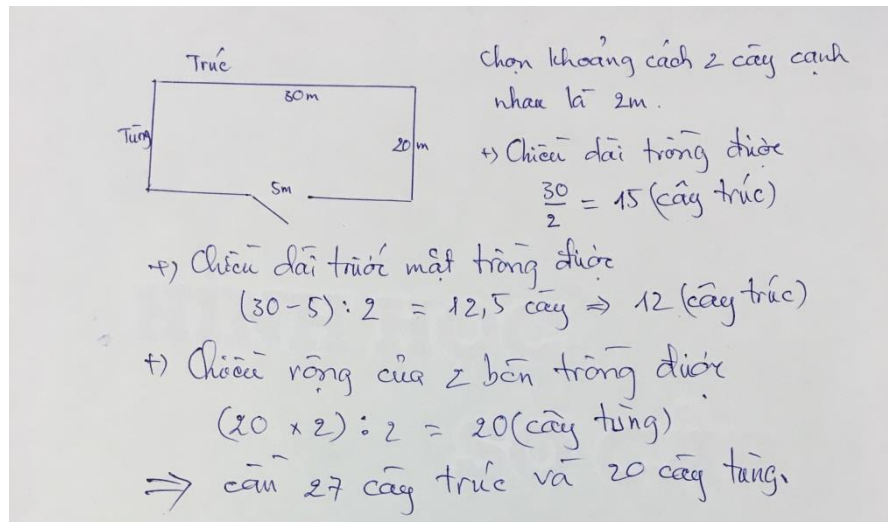
$x \cdot y = 600$
 $2x + 2y - 5 = 95$
 $\Rightarrow \begin{cases} xy = 600 \\ x + y = 50 \end{cases}$
 nên x, y là nghiệm của
 $t^2 - 50t + 600 = 0$ (nếu có)
 $t_1 = 30; t_2 = 20$
 tức là $x = 30m, y = 20m$

Hoạt động tiếp theo là tính số lượng mỗi loại cây cần mua để trồng. Một số ý kiến đưa ra:

Bạn Trương Thị Yến được nhóm giao nhiệm vụ tìm hiểu về cây tùng và cây trúc, tìm hiểu khoảng cách trồng mỗi loại cây phù hợp nhất. Bạn được các bác kinh doanh cây cảnh và trồng cây cảnh nói rằng, nên để khoảng cách hai cây cạnh nhau lên tối thiểu 2m để đảm bảo dinh dưỡng ở đất và ánh sáng cho cây.

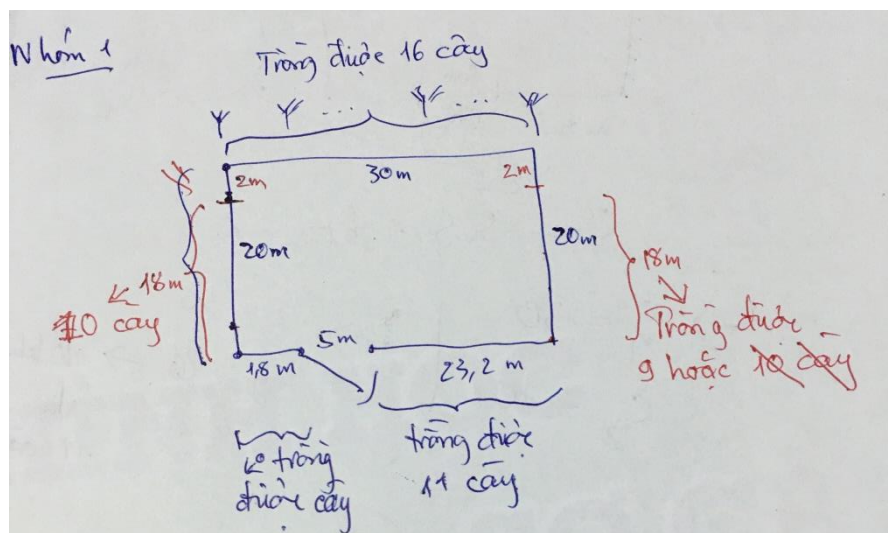
Sau đó cả nhóm thống nhất cả hai loại cây được trồng đều để khoảng cách hai cây cạnh nhau là 2m.

Tiếp đó, cả nhóm nghiên cứu và thảo luận về lời giải:



+ Bạn Nguyễn Văn An nói rằng, lời giải này là không chính xác, tuần trước trước bạn về quê và được ông bà giao cho việc tưới vườn bắp cải (vườn bé và cũng hình chữ nhật), và bạn An để ý thấy rằng, nếu khoảng cách các cây là như nhau, ở các góc của mảnh vườn thì chỉ được tính một lần (không được tính là cây theo cạnh vuông góc kia).

+ Bạn Nguyễn Thị Thuyền cũng nói rằng, nếu vị trí cổng vườn khác nhau thì có thể số cây trồng được phía trước mảnh vườn cũng khác, bạn B lấy ví dụ, một cạnh cổng cách một đầu góc của mảnh vườn nhỏ hơn 2m (chẳng hạn 1.8m)



Cuối cùng cả ba bạn thống nhất, kết quả từ các phép tính toán học không phải lúc nào cũng phù hợp với thực tiễn cuộc sống.

Thống nhất:

Cạnh dài của vườn (phía sau) trồng 16 cây trúc (vì $30:2+1=16$), trong đó trồng cả hai đầu của cạnh.

Cạnh dài phía trước của vườn trồng 11 cây trúc.

Hai cạnh bên của vườn trồng được 9 cây tùng và 10 cây tùng.

Kết luận: nên mua 19 cây Tùng; 27 cây Trúc.

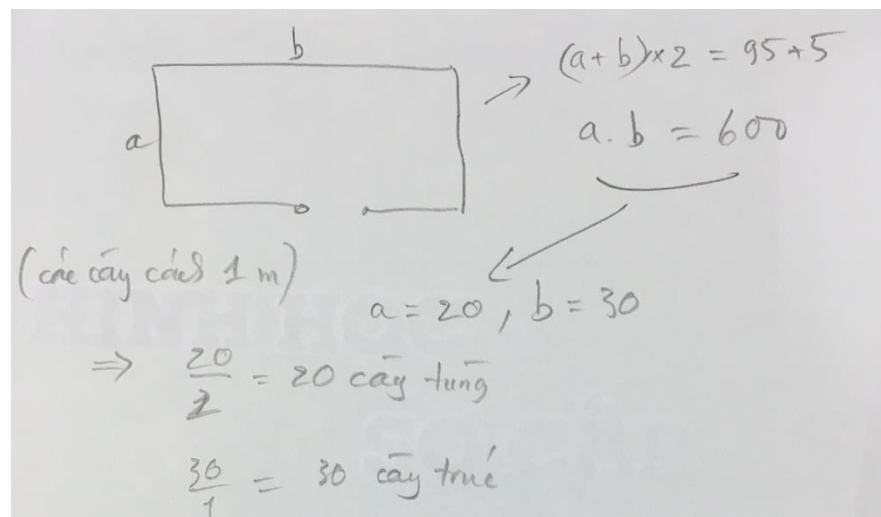
Tuy nhiên, nhóm 1 vẫn nói rằng, thực tế vẫn có thể khác vì liên quan đến việc bố trí cổng, liên quan đến việc cây nào trồng ở các đỉnh của mảnh vườn; hoặc không trồng ở đỉnh (góc) của mảnh vườn.

Nhóm 2:

Giải pháp đầu tiên mà Nhóm 2 đề xuất: Một số ý kiến ban đầu, các bạn nói trong thời gian cho giải quyết tình huống thì chúng ta nhờ người mua mua cây về trồng, thỏa thuận với cửa hàng bán cây, nếu lấy về thừa thì sẽ trả lại cây (cam kết cây vẫn sống). Khi trồng cây xong theo yêu cầu thì chúng ta chỉ việc đếm số cây của mỗi loại và báo cáo.

Tuy nhiên, vẫn có 2 bạn không đồng ý với cách làm này, Bạn Khánh, Phi, Kiên đề nghị sử dụng toán học để tính độ dài của cạnh mảnh vườn, sau đó chia cho khoảng cách các cây là ra số lượng cây cần mua.

Cụ thể, giải pháp của Nhóm 2:



Nếu gọi: a là chiều dài của khu vườn và b là chiều rộng của khu vườn.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a+b = \frac{95+5}{2} = 50 \\ ab = 600 \end{cases}$$

Theo định lý Viet thì a, b là nghiệm của phương trình: $m^2 - 50m + 600 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 30 \\ m_2 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 30 \\ a = 20 \end{cases}$$

Các bạn Nhóm 2 tự chọn 1m là khoảng cách các cây cạnh nhau.

Như vậy số cây Tùng cần trồng là: $2 \cdot \frac{20}{1} = 40$ (cây Tùng)

Số cây Trúc cần trồng: $\frac{30+25}{1} = 55$ (cây Trúc)

Người trồng cây không cần tính toán mà mua số cây một cách tùy tiện và trồng theo đúng khoảng cách kỹ thuật của cây cảnh, nếu thiếu cây thì mua thêm, nếu thừa cây thì trả lại nơi bán. Ta thấy rằng với cách làm việc như thế này thì anh ta sẽ rất vất vả và sẽ tốn thêm chi phí vận chuyển trong trường hợp mua thêm hoặc trả lại cây cảnh nếu ngôi nhà ở xa nơi bán cây cảnh.

• TÌNH HUỐNG 2

Nhóm 1:

Vấn đề đặt ra, tính số tiền mà mỗi người nhận được khi sơn xong bức tường. Để giải quyết vấn đề này ta quan tâm đến thời gian và số phần việc đã làm.

Học sinh tìm kiếm phương án giải quyết:

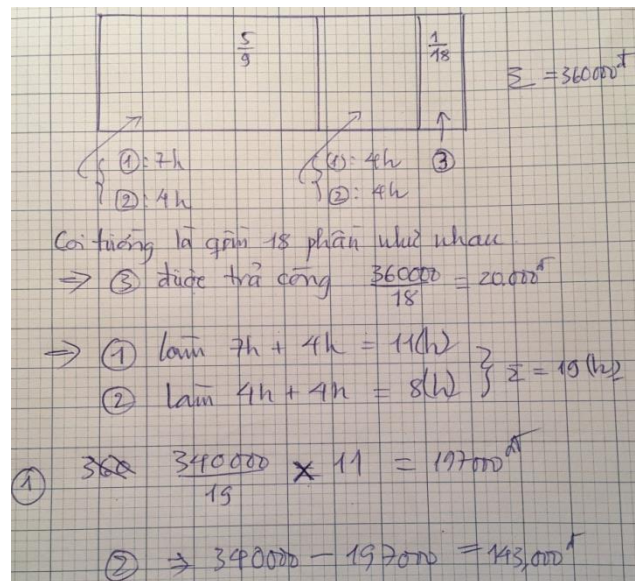
Cách 1: Tính theo số giờ làm việc

Bạn An và Thuyên nếu ra hướng, do người thứ ba làm $\frac{1}{18}$ công việc, nên số tiền nhận được bằng cách số tiền tổng chia cho 18. Như vậy, người thứ 3 nhận được 20.000đ.

Số tiền còn lại của người thứ nhất và thứ hai sẽ là 340.000đ, tiếp theo là tính tiền công theo số giờ từng người làm.

Do vậy, người thứ nhất làm tổng 11 giờ nên nhận được số tiền công $(340.000/19) \cdot 11 = 197.000$ đ.

Người thứ hai sẽ nhận phần còn lại bằng : $340.000\text{đ} - 197.000\text{đ} = 143.000\text{đ}$



Tuy nhiên, sau khi đưa gia giải pháp này, cả ba bạn đều nhận thấy khó thuyết phục nếu tính tiền công trả thợ theo giờ như phương án đề xuất. Bởi tiền công phụ thuộc vào kết quả công việc. Mâu thuẫn này đã dẫn đến việc Nhóm 1, suy nghĩ, đề xuất phương án giải quyết tiếp theo.

Cách 2: Tính theo phần công việc đã làm

Tiền công của người thứ ba là 20000đ

Ta chỉ quan tâm đến tiền công mà người công nhân thứ nhất và thứ hai có thể nhận được.

Giải sử công suất của mỗi người không đổi khi làm việc. Gọi: x là phần bức tường người thứ nhất làm trong 1h; y là phần công việc người thứ hai làm trong 1h

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} 7x + 4y = \frac{5}{9} \\ 4x + 4y = \frac{7}{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{18} \\ y = \frac{1}{24} \end{cases}$$

gọi x là năng suất người thứ 1, y là năng suất người thứ 2. (phần làm chung)

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x + 4y = \frac{5}{9} \\ 4x + 4y = \frac{7}{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x + 4y = \frac{5}{9} \\ 4x + 4y = \frac{7}{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = \frac{3}{18} \\ 4x + 4y = \frac{7}{18} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{18}; y = \frac{1}{24}$$

nên (1) nhận được $(7+4) \times \frac{1}{18} \times 360,000 = 220,000$

(2) $(4+4) \times \frac{1}{24} \times 360,000 = 120,000$

Như vậy trong quá trình làm việc của mình, người thứ nhất làm được $\frac{11}{18}$ công việc.

Số tiền mà người thứ nhất nhận được là $\frac{11}{18} \cdot 360000 = 220000$ đ

Trong quá trình làm việc người thứ hai làm được là $8 \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{3}$ công việc

Số tiền mà người thứ hai nhận được là $\frac{1}{3} \cdot 360000 = 120000$ đ

Vậy trong công việc này thì số tiền mà người công nhân thứ nhất, thứ hai và thứ ba nhận được lần lượt là: 220000đ, 120000đ, 20000đ.

Lí giải của nhóm 1: Sau khi giải quyết tình huống 2 bằng hai cách, cả nhóm xem xét và nhận thấy, việc sử dụng năng suất sơn của mỗi người là hợp lý hơn. Vì thực tế, trong nhóm thợ mỗi người sẽ có năng suất là khác nhau, chúng ta không nên xem xét cùng một năng suất, như vậy sẽ dẫn đến trả công lao động không công bằng.

Việc học sinh sử dụng mô hình hóa toán học cho giải quyết tình huống, hơn thế, học sinh đã biết chọn lựa cách giải phù hợp với thực tế trong cuộc sống.

Nhóm 2:

Công việc còn lại người công nhân thứ ba làm nên nhận được số tiền làm trong giai đoạn này là $360000 : 18 = 20000đ$

- + Số tiền tổng cộng của hai người công nhân đầu tiên là: $360000 - 20000 = 340000đ$
- + Số giờ tổng cộng mà hai người làm là: $t = 7 + 4 + 2.4 = 19$
- + Số tiền người thứ nhất có thể nhận được là $\frac{340000}{19} \cdot 11 = 197000 đ$
- + Số tiền người thứ hai nhận được $T = 340000 - 197000 = 143000 đ$

Lí giải của nhóm 2: các bạn đều có chung ý tưởng, tính tổng số giờ làm việc của ba người, sau đó tính tiền công phải trả cho 1 giờ làm việc. Số tiền công của từng người dễ dàng tính được bằng cách nhân số giờ làm việc với số tiền trả/giờ. Cả ba bạn học sinh trong nhóm đều không quan tâm đến năng suất làm việc của mỗi cá nhân người thợ (có nghĩa coi ba người thợ có năng suất làm việc như nhau).

TRẢ LỜI PHIẾU 2

Chỉ nhóm 1 có kết quả ở yêu cầu của phiếu số 2.

**PHIẾU 2: ĐỀ XUẤT TÌNH HUỐNG CÓ VẤN ĐỀ TRONG BỐI CẢNH
THỰC VÀ HƯỚNG GIẢI QUYẾT**

Nhóm 1:

Tình huống 3. (Tiết kiệm vật liệu) Tìm hiểu việc xây nhà cần rất nhiều sắt, quan sát các bác thợ cắt các đoạn sắt. trong đó cắt rất nhiều đoạn sắt có độ dài như nhau. Hỏi cụ thể, các bác thợ cho biết, để xây các cột trụ, các bác cần cắt các đoạn sắt phi 6 thành 1000 đoạn cùng bằng 0.7m (cho các cột chính); 2000 đoạn cùng bằng 0.5m (cho các cột phụ). Tuy nhiên, quan sát các bác thợ làm, thấy các bác cắt sắt rất tùy tiện và không biết dự đoán số sắt cần thiết. Các bác mua đồng loạt các thanh sắt 6 có độ dài 7.4m (độ dài cây sắt do nhà sản xuất ấn định 7.4m). Số đoạn sắt bị cắt thừa, gây lãng phí cho chủ nhà. Hãy giúp các bác thợ sắt ước tính cần ít nhất bao nhiêu thanh sắt 7,4m để cắt đủ số lượng theo yêu cầu?

Phương án giải quyết của Nhóm 1:

Đối với vấn đề này, cần cắt đủ số đoạn theo yêu cầu: 1000 đoạn x 0,7m và 2000 đoạn x 0,5m và chúng ta cần tính sao cho dùng ít nhất số thanh sắt 7,4m .

Giả sử ta cắt mỗi thanh 7,4m thành a đoạn 0,7m và b đoạn 0,5m không dư.

$$\Rightarrow 74 = 7a + 5b \Rightarrow 7a \leq 74 \text{ và } 5b \leq 74$$

Vì $7a \leq 74$ nên ta phải có điều kiện: $0 < a \leq 10$

$$\text{Vì } 5b \leq 74 \Rightarrow 0 < b \leq 14 \text{ và } b = \frac{74 - 7a}{5} = 15 - a - \frac{2a + 1}{5}, b \text{ là số tự nhiên}$$

Nên $2a + 1$ chia hết cho 5

$$0 < a \leq 10 \Rightarrow 0 < 2a + 1 \leq 21 \Rightarrow \begin{cases} 2a + 1 = 5 \\ 2a + 1 = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2, b = 12 \\ a = 7, b = 5 \end{cases}$$

Vậy có 2 cách cắt tiết kiệm:

Cách 1: cắt thành 2 đoạn 0,7m và 12 đoạn 0,5m

Cách 2: Cắt thành 7 đoạn 0,7m và 5 đoạn 0,5m

Bây giờ ta chọn cách cắt tiết kiệm nhất

Gọi x là số thanh phải cắt theo cách 1 và y là số thanh phải cắt theo cách 2.

Vậy số đoạn 0,7m là: $2x + 7y$ và số đoạn 0,5m là: $12x + 5y$.

$$\text{Theo yêu cầu: } \begin{cases} 2x + 7y = 1000 \\ 12x + 5y = 2000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 121 \\ y = 108 \end{cases}$$

Như vậy ta cắt được:

$$2x + 7y = 2.121 + 7.108 = 998 \text{ đoạn } 0,7m$$

$$\text{và } 12x + 5y = 12.121 + 5.108 = 1992 \text{ đoạn } 0,5m$$

Ta chỉ cần cắt thêm 1 thanh theo cách 1 là đủ.

Khi đó ta dùng tất cả: $121 + 108 + 1 = 230$ thanh 7,4m

Tổng độ dài của các đoạn đã cắt: $0,7.1000 + 0,5.2000 = 1700m$

Ta thấy $1700 : 7,4 \approx 230$ thanh.

Vậy ta phải cắt 122 thanh theo cách 1 và 108 thanh theo cách 2 thì tốn ít nhất 230 thanh, tiết kiệm nhất.

4.3.4. Kết quả sau thử nghiệm

Sau khi thử nghiệm biện pháp 3: “Từ các tình huống có vấn đề, tập luyện cho học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải phù hợp với bối cảnh thực”, dựa vào Rubric để đánh giá sự tiến bộ của học sinh về năng lực mô hình hóa toán học.

Chúng tôi có được nhận xét như sau:

Đối với cả hai Nhóm 1 và Nhóm 2, học sinh cũng có những điểm mạnh, đó là, học sinh đã có những đam mê khi tham gia vào những tình huống có vấn đề cụ thể. Tuy nhiên, khả năng giải quyết vấn đề của mỗi nhóm học sinh là có sự khác nhau lớn về cách thức giải quyết và những nhận định của họ sau khi giải quyết.

Đối với nhóm 2 (nhóm không được tác động bởi các biện pháp đề xuất trong luận án), các học sinh giải quyết tình huống chủ yếu mang tính chất thuần toán học, thiếu tính sáng tạo khi đề xuất giải pháp tiến hành, cũng như chưa nhìn nhận lại lời giải đó có phù hợp trong bối cảnh thực tiễn hay không.

Nhóm 2, không thực hiện việc chọn lựa lời giải và không xem xét lời giải nhóm đưa ra có vận dụng trong thực tế được hay không.

Đối với Nhóm 1 (nhóm được tác động bởi các biện pháp đề xuất của tác giả luận án vào quá trình học tập), chúng tôi nhìn nhận thấy sự gia tăng đáng kể về năng lực mô hình hóa toán học nói chung, cụ thể, toàn bộ học sinh trong nhóm có thể chuyển đổi tình huống thực tiễn này sang nhiệm vụ toán học, như vậy, về khả năng chuyển đổi ngôn ngữ đời thường sang ngôn ngữ toán học và ngược lại, theo chúng tôi đã đạt được mục tiêu đặt ra. Học sinh đã hăng hái trao đổi, đề xuất một số chiến lược cho giải quyết vấn đề, đánh giá các chiến lược, chọn lựa và phối hợp được các chiến lược phù hợp cho giải quyết bài toán.

Một điểm sáng, trong kết quả của nhóm 2 mà theo chúng tôi, đó chính là việc học sinh không chỉ đưa ra giải pháp giải quyết vấn đề toán học, học sinh đã xem xét lời giải so với kết quả thực tế, xem xét kết quả toán học này có chuyển đổi sang thực tiễn và vận dụng trong bối cảnh cụ thể hay không! Học sinh mạnh dạn, trao đổi, đề xuất các ý tưởng cho cải tiến mô hình, thay đổi lời giải, tìm phương án có thể chấp nhận trong thực tiễn tốt nhất. Rõ ràng, mục tiêu dạy học toán không chỉ giúp học sinh tiếp nhận tri thức toán học, mục đích hướng đến là sử dụng tri thức và vốn kinh nghiệm sống của họ để giải quyết vấn đề thực tiễn.

Như vậy, chúng tôi đánh giá, đối với nhóm 2 gồm các học sinh được tác động bởi các biện pháp tác giả luận án đề xuất đã có sự phát triển về năng lực mô hình hóa toán học nói riêng, nâng cao kết quả học tập toán nói chung.

Kết luận Chương 4

Ở Việt Nam, chưa có nhiều nghiên cứu vận dụng phương pháp mô hình hóa trong dạy học Toán trong nhà trường phổ thông. Thực tế thấy rằng, rất ít giáo viên Toán sử dụng mô hình hóa toán học trong dạy-học, giải thích cho hiện tượng này chủ yếu vẫn do thói quen với phương pháp dạy học truyền thống, chưa có động lực mạnh mẽ thay đổi phương pháp dạy học. Chương trình sách giáo khoa và các phương pháp dạy học hiện nay vẫn chưa giúp học sinh hiểu rõ về những ứng dụng của toán học trong thực tiễn.

Tuy vậy, tôi vẫn nhận định rằng dạy học mô hình hóa toán học trong nhà trường phổ thông tại Việt Nam giai đoạn tới là đầy triển vọng. Bởi giáo dục Việt Nam đang thay đổi theo xu thế chung của giáo dục hiện đại, mà mô hình hóa là một phần của dạy học hiện đại.

Sau khi gặp gỡ, trao đổi về khung năng lực mô hình hóa toán học và các biện pháp bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh, các chuyên gia giáo dục, giáo viên Toán của các trường THPT mà tác giả luận án khảo sát, khảo nghiệm nghiệm xin ý kiến góp ý, đánh giá cho các biện pháp đã đề xuất, chúng tôi đã thu được kết quả khả quan: Đa số giáo viên được hỏi đều cho rằng, các biện pháp đã đề xuất có tính mới đối với bản thân họ và có tính khả thi, hiệu quả. Dựa trên những biện pháp đó, các giáo viên đều đề xuất được từ một đến ba bài toán Đại số gắn với thực tiễn. Tác giả tin tưởng, giáo viên Toán THPT ủng hộ và theo đó, họ có thể thiết kế được một số bài toán Đại số nói riêng gắn với thực tiễn để sử dụng chúng trong dạy học Đại số ở trường THPT; ngược lại với các vấn đề trong cuộc sống, giáo viên có ý tưởng đưa chúng vào các bài học mang giải quyết các vấn đề thực tiễn cao.

Kết quả thực nghiệm cho thấy: Học sinh trong quá trình thực nghiệm là hứng thú hơn trong học tập, các em hiểu bài hơn và năng lực vận dụng các kiến thức Toán học nói chung và Đại số nói riêng vào giải quyết các vấn đề thực tiễn tốt hơn. Các bài học gắn với mô hình hóa toán học luôn tạo ra được không khí buổi học sôi nổi vì học sinh hào hứng học tập, suy nghĩ, thảo luận hơn. Qua đó cho thấy các biện pháp đã đề xuất có tính hiệu quả.

KẾT LUẬN CHUNG LUẬN ÁN

Luận án đã thu được một số kết quả chính sau đây:

Nghiên cứu quan điểm về mô hình hóa toán học; Năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT. Tác giả đã đưa ra quan điểm riêng của bản thân năng lực mô hình hóa toán học, đề xuất quy trình mô hình hóa toán học.

Về nghiên cứu thực tiễn, tác giả đánh giá được thực trạng về năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trong một số nhà trường THPT; Thực trạng việc bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT. Từ đó, là điểm tựa cho tiếp tục hiệu chỉnh và đề xuất khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT. Những năng lực thành tố của năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT được đánh giá là cần thiết và cần được bồi dưỡng.

Từ kết quả thực trạng, tôi đưa ra được 3 biện pháp sư phạm hướng đến nâng cao năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT.

- + Biện pháp 1: Bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ toán học với ngôn ngữ tự nhiên và ngược lại.
- + Biện pháp 2. Tập luyện cho học sinh về chiến lược giải trong lĩnh vực mô hình hóa toán học.
- + Biện pháp 3: Từ các tình huống có vấn đề, tập luyện cho học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải phù hợp với bối cảnh thực.

Khảo nghiệm cho thấy, khung năng lực mô hình hóa toán học và biện pháp đề xuất cho bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh đã mang lại hiệu quả, nâng cao năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh nói riêng và sự tiến bộ của học sinh THPT nói chung.

Như vậy, có thể khẳng định rằng, mục đích nghiên cứu đã được thực hiện, nhiệm vụ nghiên cứu đã hoàn thành và giả thuyết khoa học là chấp nhận được.

**CÔNG TRÌNH KHOA HỌC ĐÃ ĐƯỢC CÔNG BỐ CÓ LIÊN QUAN ĐẾN
ĐỀ TÀI LUẬN ÁN**

Công bố quốc tế (02)

TT	Tên bài báo	Năm công bố	Tên tạp chí công bố
1	Integrating Art with STEM Education-STEAM Education in Vietnam high schools	2019 (quốc tế)	Annals. Computer Science Series. 17th, Tome 1st. Romania
2	Teaching Mathematical Modelling: Connecting To Classroom And Practice.	2017 (quốc tế)	Annals. Computer Science Series. 15th, Tome 2st. Romania

Công bố trong nước (04)

TT	Tên bài báo	Năm công bố	Tên tạp chí công bố
1	Nghiên cứu về khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông	2019	Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Tập 64, số 7, tr .120-129
2	Thực trạng năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh Trung học phổ thông	2019	Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Tập 64, số 4, tr.137-153
3	Developing a problem-solving teaching process through the experiential activities of high school students	2018	Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Volume 63, Issue 9, tr.42-52
4	Mô hình hóa toán học trong bối cảnh học tập dựa trên giải quyết vấn đề	2016	Tạp chí Tâm lý học, Viện hàn lâm khoa học xã hội Việt Nam, số 10, tháng 10

Các đề tài nghiên cứu khoa học đã tham gia:

TT	Tên đề tài nghiên cứu	Năm thực hiện	Đề tài cấp (Nhà nước, Bộ, ngành)	Trách nhiệm tham gia trong đề tài
1	Phát triển năng lực giáo dục STEAM cho giáo viên THPT	2018 - 2019	Bộ Mã số: B2018-HVQ-06 Đã nghiệm thu: Đạt	Thư kí
2	Nghiên cứu đề xuất mô hình phòng học bộ môn cho nhà trường phổ thông đáp ứng yêu cầu của chương trình giáo dục phổ thông mới	2018 - 2019	Bộ Mã số: B2018-HVQ-07 Đã nghiệm thu cơ sở	Thành viên chính

TÀI LIỆU THAM KHẢO

I. Tiếng Việt

1. Phan Anh (2012). Góp phần phát triển năng lực toán học hóa tình huống thực tiễn cho học sinh Trung học phổ thông qua dạy học Đại số và Giải tích. Luận án tiến sĩ giáo dục học.
2. Bernd Meier - Nguyễn Văn Cường (2014). Lí luận dạy học hiện đại (Cơ sở đổi mới mục tiêu - nội dung và phương pháp dạy học). Nxb Đại học Sư phạm.
3. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018). *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán*. Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26 tháng 12 năm 2018 của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo, Hà Nội.
4. Huỳnh Hữu Hiền (2016). Năng lực mô hình hóa toán học của học sinh lớp 10 trong học theo bối cảnh. Luận văn thạc sĩ.
5. Nguyễn Bá Kim, B. H. (2006). *Phương pháp dạy học đại cương môn Toán*. Hà Nội, Đại học Sư phạm.
6. Nguyễn Danh Nam (2015). “Quy trình mô hình hóa trong dạy học Toán ở trường phổ thông”. *Tạp chí Khoa học*, Đại học Quốc gia Hà Nội, Tập 31, Số 3.
7. Bùi Huy Ngọc (2003). Tăng cường khai thác nội dung thực tế trong dạy học số học và đại số nhằm nâng cao năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho học sinh trung học cơ sở. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Vinh.
8. Lê Hồng Quang (2019), “Nghiên cứu về khung năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh Trung học phổ thông”. *Tạp chí Khoa học*, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Volume 64, Issue 7, pp. 120-129.
9. Lê Hồng Quang (2019), “Thực trạng năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh Trung học phổ thông”. *Tạp chí Khoa học*, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Volume 64, Issue 4, pp. 137-153.
10. Sách Giáo khoa Đại số Lớp 10 Nâng cao (Lớp 10 tái bản lần thứ 12). Nxb Giáo dục Việt Nam, 2018.
11. Sách Bài tập Đại số Lớp 10 Nâng cao. Nxb Giáo dục Việt Nam, 2018.
12. Sách Giáo khoa Đại số và Giải tích Lớp 11 Nâng cao (Tái bản lần thứ 11). Nxb Giáo dục Việt Nam, 2018.
13. Sách Bài tập Đại số và Giải tích Lớp 11 Nâng cao. Nxb Giáo dục Việt Nam, 2018.
14. Hà Xuân Thành (2017). Dạy học toán ở trường THPT theo hướng phát triển năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn thông qua việc khai thác và sử dụng các tình huống thực tiễn. Luận án tiến sĩ, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.

II. Tiếng Anh

15. Blum, W. (Ed.). (1993). *Anwendungen und Modellbildung im Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker.
16. Blum, W. 2002. ICMI Study 14: Applications and Modelling in mathematics education -discussion document. In *Educational Studies in Mathematics*. 51: 149-171.
17. Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - state, trends, and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
18. Burris, V. (2004). The Academic Caste System: Prestige Hierarchies in PhD Exchange Networks. *American Sociological Review*, 69, 239-264.
<http://dx.doi.org/10.1177/000312240406900205>.
19. Cecilia Villabona. Eğitim Global Arama: Finlandiya Matematik Dersleri. 2013.
<https://www.cmrubinworld.com>
20. Cheng, A. K. (2000). Teaching Mathematical Modelling in Singapore Schools. *The Mathematics Educator*, Vol. 6, No. 1.
21. Crouch, R.M. and Haines, C.R. (2004) Mathematical modelling: transitions between the real world and the mathematical model. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 35, 2, 197-206.
22. Dapuelto, Carlo; Parenti, Laura (1999). Contributions and Obstacles of Contexts in the Development of Mathematical Knowledge. *Educational Studies in Mathematics*.
23. Dendane, A. (2009) ‘Skills needed for mathematical problem solving’, [Online], Available: http://www.analyzemath.com/math_problems/paper_7.html [3 Apr 2011].
24. Duval, R.: 2002, ‘L'apprentissage de l'algèbre et le problème cognitif de la désignation des objets’, in J.Ph. Drouhard and M. Maurel (eds.), *Actes des Séminaires SFIDA*, 13-16 (IV), IREM, Nice, pp. 67-94.
25. E: Hadaway, N. and Wilson J., Fernandez M. and (2011), ‘Mathematical problem solving’, [Online], Available: <http://jwilson.coe.uga.edu/emt725/PSsyn/Pssyn.html> [8 Aug 2011].
26. E: Tran Viet Cuong and Le Hong Quang (2017), Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Classroom and Practice. *Anale. Seria Informatică*. Vol. XV fasc. 2 - 2017, Romania, pp. 24-28.

27. F: Van den Heuvel-Panhuizen, M. and H.J. Vermeer (1999). Verschillen tussen meisjes en jongens bij het vakrekenen-wiskunde op de basisschool [Differences between girls and boys in primary school.
28. Freudenthal, H.: 1968, 'Why to teach mathematics so as to be useful?', *Educational Studies in Mathematics* 1, 3-8.
29. Freudenthal, H.: 1977, 'Antwoord door Prof. Dr H. Freudenthal na het verlenen van het eredoctoraat' [Answer by Prof. Dr H. Freudenthal upon being granted an honorary doctorate], *Euclides* 52, 336-338.
30. Freudenthal, H.: 1991, *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
31. Galbraith, P. (Peter) & Carr, Alistair (1987). *Practical applications of mathematics : proposal for an Australian curriculum project*. School of Applied Science, Gippsland Institute of Advanced Education, [Churchill, Vic.]
32. Garfunkel, S and Steen, L (ed) (1991). *For All Practical Purposes*. New York: Freeman.
33. Hoon, T., Kee K. and Singh, P. (2013) 'Learning mathematics using heuristics approach', *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, Vol. 90, pp. 862-869. <http://dx.doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.07.162>
34. High School Mathematics and Its Applications Project (HiMAP), 1985, 1992.
35. I. N. Herstein, *Topics in Algebra*, "...it also serves as the unifying thread which interlaces almost all of mathematics." p. 1, Ginn and Company, 1964b
36. Jarkko Juhani Lampiselkä, Arja Päivi Maaria Kaasinen, Päivi Kinnunen, Lauri MalmiESERA 2017 Research, Practice and Collaboration in Science Education (Proceedings of ESERA 2017). E-ISBN 978-1-873769-84-3
37. Kaiser, G., & Maass, K. (2007). Modelling in lower secondary mathematics classroom - problems and opportunities. In W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn & M. Niss. (Eds.) (2007), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp 99-108). New York, NY: Springer Science + Business Media, LLC.
38. Kaiser-Messmer, G (1991). Application-orientated mathematics teaching: a survey of the theoretical debate. In Niss, M, Blum, Wand Huntley , I (ed), loc.cit, 83-92.
39. Koeno Gravemeijer, Michiel Doorman (1999). Context Problems in Realistic Mathematics Education: A Calculus Course as an Example *Educational Studies in Mathematics*, 1999, Volume 39, Number 1-3, Page 111

40. Lehrer, R., Kim, M.j. & Schauble, L. (2007). Supporting the Development of Conceptions of Statistics by Engaging Students in Measuring and Modeling Variability. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12(3), 195-216.
41. Lesh R., & Doerr H.M. (2003). *Beyond constructivism: A models \& modelling perspective on mathematics problem solving, learning & teaching*, Mahwah, NJ: Erlbaum.
42. Lesh, R., & Doerr, H. M. (Eds.) (2003). *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics problem solving, learning and teaching*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
43. L: Treffers, A.: 1978, *Wiskobas Doelgericht*, IOWO, Utrecht, The Netherlands.
44. L: Treffers, A.: 1987, *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction - The Wiskobas Project*, Reidel Publishing Company, Dordrecht, The Netherlands.
45. Lovitt, C. & Clarke, D. M. (1988). *Mathematics curriculum and teaching program activity bank*, Vol. 1. Carlton, Vic.: Curriculum Corporation
46. Luke Kannemeyer; Alison Jenkin; Marina van Zyl; Dr Carl Scheffler (2012-2014). *GRAdE 10 MATHEMATICS*
47. L: Treffers, A. (1987). *Mathematics education library. Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction—the Wiskobas Project*. Dordrecht, Netherlands: D Reidel Publishing Co.
48. Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113-142
49. Maria L. Hernández, Rachel Levy, Mathew D. Felton-Koestler, and Rose Mary Zbiek. (December 2016, Vol. 110, Issue 5). *Mathematical Modeling in the High School Curriculum*. National Council of Teachers of Mathematics, 336-342.
50. *Modules and Monographs in Undergraduate Mathematics and Its Applications*. ISBN 978-0-8176-3059-1.
51. Mogens Niss (2004). The Danish KOM project and possible consequences for teacher education. *Educating for the future. Proceedings of an international symposium on mathematics teacher education*, 179-190.
52. M: Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001a). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour*. Utrecht: Freudenthal Institute (paper published on FI cd-rom).
53. N. Herstein, *Topics in Algebra*, "An algebraic system can be described as a set of objects together with some operations for combining them." p. 1, Ginn and Company, 1964a

54. N: Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001b). Realistic mathematics education in the Netherlands. In J. Anghileri (ed.), *Principles and Practices in Arithmetic Teaching*. Buckingham: Open University Press.
55. Nga, N. T. (2012). *La périodicité dans les enseignements scientifiques: une ingénierie didactique d'introduction aux fonctions périodiques par la modélisation*. ISBN: 978-3-8383-8192-9, Éditions Universitaires Européennes.
56. Niss, M. & Hojgaard Jensen, T. (2007). Competencies and Mathematical Learning - Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark. English translation of part I-VI of the report from the Danish KOM-project. Under preparation for publication in the series *Tekster fra IMFUFA*, Roskilde University, Denmark.
57. Niss, M. 1992. Applications and modeling in school mathematics-directions for future development. In Wirszup, I. & Streit, R. (eds). *Developments in school mathematics education around the world*. Volume 3. Proceedings of the Third UCSMP International Conference on Mathematics Education Oct-Nov 1991. NCTM, USA: 346-361.
58. Niss, M., Blum, W. & Galbraith, P. 2007. Introduction to modelling and applications in mathematics education. In Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, H-W. & Niss, M. (eds). *Modelling and Applications in Mathematics Education*. 14th ICMI Study. New York, USA: Springer: 3-32.
59. Neil Mercer & Claire Sams (2006), Teaching Children How to Use Language to Solve Maths Problems. *Journal Language and Education*, Volume 20, Issue 6, Pages 507-528)
60. OECD. (2002). *Definition and Selection of Competencies: Theoretical and Conceptual Foundation*.
61. Phillips, E. R., Uprichard, A. E. & Soriano, A. (1984). A conceptual schema for solving mathematical word problems with implications for instruction.
62. Rory Adams Sarah Blyth Mark Horner Heather Williams (2010, 2011). Module: "Probability - Grade 10", URL: <http://cnx.org/content/m32623/1.4/> Pages: 301-316.
63. Reys, E, Lindquist, Lambdin D.V., Smith, N.L. and Suydam, M.N. (2001) 'Helping children learn mathematics', (6th ed.), John Wiley and Sons, Inc., New York.
64. Stacey, K. (2005) 'The place of problem solving in contemporary mathematics curriculum documents', *The Journal of Mathematical Behavior*, Vol. 24, pp. 341. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.09.004>

65. Schoen, H.L. and Charles, R. I. (2003) 'Teaching mathematics through problem solving', National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) catalog.
66. Sharma, M. (2016). Model with mathematics: real world to mathematics and back. <https://mathlanguage.wordpress.com>.
67. Stanic, G. and Kilpatrick, J. (1989) 'Historical Perspective on Problem Solving in the Mathematics Curriculum', In R. Charles and E. Silver (Eds.), The teaching and assessing of mathematical problem solving (pp. 1-22), Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
68. Törnroos, Jan-Åke. (2004). Terminating relationships in business networks? Reflections on business strategy.

PHỤ LỤC

Phiếu hỏi 1

PHIẾU HỎI Ý KIẾN CHUYÊN GIA GIÁO DỤC VỀ NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CỦA HỌC SINH

Để đánh giá đúng thực trạng hoạt động mô hình hóa toán học và bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT và đưa ra những căn cứ khách quan, chủ quan, toàn diện cho việc xác định các giải pháp cho bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT theo tiếp cận phát triển năng lực, Những thông tin này chỉ dùng vào mục đích nghiên cứu, rất mong Chuyên gia vui lòng cho biết ý kiến của mình về những nội dung dưới đây.

A. PHẦN THÔNG TIN CHUNG

Họ và tên:

Đơn vị đang công tác:

Trình độ chuyên môn:

B. PHẦN TRẢ LỜI CÂU HỎI

HƯỚNG DẪN ĐIỀN PHIẾU: Với câu hỏi có phương án trả lời là thang điểm 1 2 3 4 5, xin Chuyên gia khoanh tròn vào số thể hiện mức điểm mà chuyên gia cho là phù hợp nhất..

Câu 1: Xin Chuyên gia cho biết mức độ cần thiết của hoạt động mô hình hóa toán học và phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh các trường trung học phổ thông hiện nay:

1. Không cần thiết
2. Bình thường
3. Cần thiết
4. Rất cần thiết

Câu 2: Chuyên gia cho biết ý kiến về mức độ cần thiết của một số nội dung giúp bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT dưới đây:

(Các mức độ: 1. Rất không cần thiết, 2. Không cần thiết, 3. Bình thường, 4. Cần thiết)

Nội dung bồi dưỡng	Mức độ cần thiết			
	1	2	3	4
1. Bồi dưỡng năng lực am hiểu vấn đề thực tiễn trong bối cảnh				
2. Bồi dưỡng năng lực hiểu ngôn ngữ tự nhiên trong vấn đề thế giới thực				
3. Bồi dưỡng năng lực để thiết lập một mô hình toán học từ mô hình thực hay từ các bối cảnh có liên quan				
4. Bồi dưỡng năng lực giải quyết vấn đề				
5. Bồi dưỡng năng lực để giải quyết các câu hỏi toán học trong mô hình toán học				
6. Bồi dưỡng về năng lực để giải thích các kết quả toán học trong một tình huống thực tế				
7. Bồi dưỡng năng lực tự đánh giá quá trình mô hình hóa toán học				
8. Bồi dưỡng năng lực xem xét và mở rộng tình huống				
9. Bồi dưỡng năng lực tự học, tự bồi dưỡng, nghiên cứu				

Khác (xin bổ sung):

.....

.....

.....

Câu 3: Chuyên gia đánh giá các lợi ích của hoạt động bồi dưỡng và phát triển năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trong nhà trường trung học phổ thông ở mức độ nào nào?

(Các mức độ: 1. Không có ích, 2. Bình thường, 3. Có ích, 4. Rất có ích)

Lợi ích	Mức độ			
	1	2	3	4
1. Học sinh có thêm tự tin, động lực học tập				
2. Giúp nâng cao hiểu biết xã hội và ứng dụng toán học				
3. Giúp nâng cao năng lực ngôn ngữ liên ngành				
4. Giúp nâng cao năng lực văn hóa xã hội và bổ sung kiến thức nền				
5. Giúp nâng cao năng lực vận dụng lí thuyết vào thực tiễn				
6. Giúp nâng cao năng lực tự nghiên cứu, tự học				
7. Giúp hoàn thiện kĩ năng giải quyết vấn đề				
8. Giúp giáo viên có thêm cơ sở đánh giá mức độ tiến bộ của học sinh				

.....

.....

.....

(Các mức độ: 1. Không tốt, 2. Bình thường, 3. Tốt, 4. Rất tốt)

Khác (xin bổ sung):

Câu 5: Chuyên gia đánh giá tính cấp thiết và tính khả thi của các biện pháp sau nhằm bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông:

1. Biện pháp: Bồi dưỡng năng lực chuyển đổi ngôn ngữ toán học với ngôn ngữ tự nhiên và ngược lại.
2. Biện pháp: Rèn luyện cho học sinh có phản xạ tự đặt ra các bài toán để giải quyết một số tình huống đơn giản trong thực tiễn
3. Biện pháp: Tập luyện cho học sinh về chiến lược giải trong lĩnh vực mô hình hóa toán học.
4. Biện pháp: Hướng dẫn, tập dượt cho học sinh phân tích, xác định mối quan hệ bên trong và những biểu hiện bên ngoài của vấn đề để tìm ra cách thức thực hiện mô hình hóa toán học
5. Biện pháp: Bồi dưỡng quá trình mô hình hóa toán học cho học sinh THPT
6. Biện pháp: Rèn luyện cho học sinh kỹ năng xây dựng mô hình toán học để giải quyết các tình huống thực tiễn
7. Biện pháp: Từ các tình huống có vấn đề, tập luyện cho học sinh đánh giá, chọn lọc lời giải phù hợp với bối cảnh thực.

Chuyên gia cho ý kiến:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Xin chân thành cảm ơn sự hợp tác của Quý Chuyên gia!

Phiếu hỏi 2
PHIẾU HỎI Ý KIẾN GIÁO VIÊN
VỀ NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CỦA HỌC SINH THPT

Để đánh giá đúng thực trạng hoạt động mô hình hóa toán học và bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT và đưa ra những căn cứ khách quan, chủ quan, toàn diện cho việc xác định các giải pháp cho bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT theo tiếp cận phát triển năng lực, Những thông tin này chỉ dùng vào mục đích nghiên cứu, rất mong quý thầy (cô) vui lòng trả lời những câu hỏi dưới đây.

A. PHẦN THÔNG TIN CHUNG

Họ và tên:

Đơn vị đang công tác:

Chức vụ đang đảm nhiệm:

Tốt nghiệp trường đại học:

Thâm niên công tác (tính từ năm vào ngành đến nay):

Trình độ chuyên môn nghiệp vụ:

Giới tính: ☐ Nữ ☐ Nam

Độ tuổi: ☐ Dưới 30 ☐ Từ 30 - 44 ☐ Từ 45 - 59

B. PHẦN TRẢ LỜI CÂU HỎI

Xin vui lòng đánh dấu x vào ô ☐ thể hiện mức độ mà thầy/cô đồng ý.

I. Đánh giá năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh THPT

Câu 1: Thầy (cô) đánh giá như thế nào năng lực nhận diện tình huống mô hình hóa toán học từ bối cảnh thực?

☐ *Mức 1:* Học sinh biết đến bài toán có liên hệ thực tiễn thông qua giới thiệu của giáo viên. Tuy nhiên, bản thân các em chưa có động cơ tìm kiếm mối liên hệ thực tiễn Toán học và thực tiễn.

☐ *Mức 2:* Học sinh đã biết về bài toán có liên hệ với thực tiễn thông qua giáo viên giới thiệu và tự tìm hiểu qua tài liệu. Đôi khi, học sinh suy nghĩ làm thế nào để những kiến thức toán có thể được ứng dụng vào cuộc sống hàng ngày.

☐ *Mức 3:* Đã biết về những bài toán có liên hệ với thực tiễn thông qua giáo viên giới thiệu và tự tìm hiểu qua tài liệu. Thường xuyên suy nghĩ, tìm mối liên hệ những kiến thức toán đã có với cuộc sống hàng ngày.

□ *Mức 4:* Thường xuyên tìm hiểu nội dung toán học trong các vấn đề của cuộc sống. Vận dụng được nhiều kiến thức toán học cho các ứng dụng hàng ngày.

Câu 2: Qua quá trình giảng dạy, xin thầy (cô) đánh giá mức độ kinh nghiệm của học sinh trong quá trình giải các bài toán thực tiễn?

□ *Mức 1:* Chưa có kinh nghiệm, không thể giải các bài toán từ bối cảnh thực tế.

□ *Mức 2:* Vốn trải nghiệm chưa nhiều, đã đưa ra được giả thiết và yêu cầu của bài toán từ bối cảnh của vấn đề thực tế. Tìm hiểu mối liên hệ giữa các giả thiết và đặt được các biến số.

□ *Mức 3:* Có kiến thức từ trải nghiệm, đưa ra được giả thiết và yêu cầu của bài toán từ bối cảnh của vấn đề thực tế. Tìm hiểu mối liên hệ giữa các giả thiết và đặt được các biến số. Vận dụng được kiến thức toán học để giải bài toán.

□ *Mức 4:* Đưa ra được giả thiết và yêu cầu của bài toán từ bối cảnh của vấn đề thực tế. Tìm hiểu mối liên hệ giữa các đối tượng trong vấn đề; Sử dụng kiến thức thực tế, ngôn ngữ tự nhiên, toán học và liên ngành giúp chuyển đổi sang yêu cầu bài toán. Sử dụng được kiến thức toán học để giải bài toán. Thử nghiệm nhiều giải pháp khác nhau cho giải bài toán. Biết suy nghĩ để tự kiểm tra lại quy trình giải bài toán, có thể bổ sung, sửa chữa cho lời giải hoàn chỉnh.

Câu 3: Thầy (cô) đánh giá thế nào về hứng thú của học sinh khi được học các kiến thức mới thông qua hoạt động mô hình hóa toán học?

□ *Mức 1:* Học sinh không có nhu cầu tìm hiểu kiến thức toán học trong các vấn đề cuộc sống, và ngược lại.

□ *Mức 2:* Chỉ tìm hiểu mối quan hệ toán học với những vấn đề trong cuộc sống khi bối cảnh đó đang là vấn đề nóng của xã hội, cộng đồng quan tâm. Không có đam mê xây dựng các mô hình hóa toán học cho các vấn đề cuộc sống hàng ngày.

□ *Mức 3:* Học sinh đam mê, tò mò khám phá mối quan hệ toán học với những vấn đề trong cuộc sống hàng ngày. Tập dượt đề xuất mô hình hóa toán học cho nhiều vấn đề trong cuộc sống.

□ *Mức 4:* Đam mê, luôn tò mò khám phá mối quan hệ toán học với những vấn đề trong cuộc sống hàng ngày. Thường xuyên tập dượt khả năng mô hình hóa toán học cho các vấn đề trong cuộc sống. Ngược lại, từ toán học, bản thân suy nghĩ, tìm cách vận dụng kiến thức toán để giải quyết các vấn đề cuộc sống.

Câu 4: Theo thầy (cô) những khó khăn nào của học sinh về năng lực xây dựng mô hình toán học?

□ *Mức độ 1:* Không thực hiện mô hình hóa toán học từ các vấn đề cuộc sống, không có nhu cầu thực hiện mô hình hóa toán học.

□ *Mức độ 2:* Học sinh đôi khi thử mô hình hóa toán học từ các vấn đề của cuộc sống, nhưng thường xuyên không hoàn thành do không biết kết nối kiến thức toán học với vấn đề của cuộc sống bởi thiếu vốn kiến thức có được từ trải nghiệm, ngôn ngữ liên ngành.

□ *Mức độ 3:* Thường thử mô hình hóa toán học các vấn đề của cuộc sống, đã biết tóm tắt được giả thiết từ vấn đề cuộc sống và yêu cầu cần giải quyết. Biết đặt biến, xây dựng được các mối liên hệ toán học giữa các biến, nhưng đôi khi còn mắc lỗi toán học như điều kiện của biến,... chỉ dừng lại ở một lời giải của bài toán, và đôi khi thất bại khi giải.

□ *Mức độ 4:* Học sinh thường xuyên thực hiện mô hình hóa toán học đối với các vấn đề của cuộc sống thực tiễn, có vốn hiểu biết từ trải nghiệm, biết cách đặt biến, xây dựng được mối liên hệ các biến, giải quyết bài toán bằng nhiều cách. Có khả năng tự xem xét lại quá trình giải quyết vấn đề, so sánh kết quả giữa lý thuyết với thực tiễn. Cố gắng tìm kiếm câu trả lời cho kết quả thực tiễn và kết quả giải toán.

Câu 5: Qua quá trình dạy học, thầy (cô) cho biết mức độ năng lực của học sinh về am hiểu vấn đề trong bối cảnh thực tiễn?

□ *Mức 1:* Học sinh chỉ hiểu vấn đề trong bối cảnh thực tiễn thông qua người khác trình bày chi tiết, bản thân không ham muốn tìm hiểu vấn đề trong các bối cảnh.

□ *Mức 2:* Học sinh có sự hiểu biết một số vấn đề đơn giản trong bối cảnh thực tiễn thường gặp, suy nghĩ về kiến thức toán học với vấn đề cần giải quyết, nhưng thường gặp lỗi trong chuyển tải ngôn ngữ từ bối cảnh sang nhiệm vụ toán học.

□ *Mức 3:* Học sinh có vốn kiến thức xã hội từ trải nghiệm thực tế, hiểu được các vấn đề trong bối cảnh thực tiễn, biết vận dụng kiến thức toán học, kinh nghiệm thực tiễn của bản thân để giải quyết vấn đề.

□ *Mức 4:* Học sinh có vốn kiến thức do trải nghiệm phong phú, nhanh chóng kết nối được kiến thức toán học với giải quyết vấn đề từ bối cảnh thực tiễn. Ham muốn mở rộng bài toán để gắn kết vào một vấn đề thực tế lớn hơn, khó khăn hơn.

Câu 6: Thầy (cô) cho biết mức độ của học sinh về hiểu ngôn ngữ tự nhiên trong vấn đề thế giới thực?

☐ *Mức 1:* Học sinh chỉ hiểu được vấn đề thông qua người khác diễn đạt, giải thích chi tiết.

☐ *Mức 2:* Học sinh hiểu ngôn ngữ tự nhiên trong một số vấn đề đơn giản hay gặp trong cuộc sống. Tuy nhiên vốn trải nghiệm hạn chế, thường xuyên gặp khó khăn trong hiểu ngôn ngữ tự nhiên từ các vấn đề thế giới thực ít quen biết.

☐ *Mức 3:* Vốn kiến thức trải nghiệm phong phú, hiểu biết về các thuộc tính của đối tượng trong vấn đề, biết bỏ qua các thuộc tính không phải bản chất của vấn đề. Phát biểu được vấn đề của thế giới thực.

☐ *Mức 4:* Hiểu biết về các thuộc tính của đối tượng trong vấn đề, biết bỏ qua các thuộc tính không phải bản chất của vấn đề. Vốn hiểu biết ngôn ngữ tự nhiên phong phú, có hiểu biết kiến thức liên ngành; Phát biểu được vấn đề của thế giới thực dưới nhiều góc nhìn.

Câu 7: Thầy (cô) đánh giá năng lực học sinh về chuyển đổi ngôn ngữ tự nhiên với ngôn ngữ toán học và ngược lại?

☐ *Mức 1:* Không có khả năng thiết lập mô hình toán học từ mô hình thực hay bối cảnh liên quan.

☐ *Mức 2:* Học sinh hiểu được ngôn ngữ trong mô hình thực hay vấn đề phát sinh trong bối cảnh, phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên. Tuy nhiên, vẫn thường gặp lỗi trong xây dựng các mối quan hệ tương ứng từ đối tượng thực tế sang đối tượng toán học.

☐ *Mức 3:* Học sinh hiểu được ngôn ngữ trong mô hình thực hay vấn đề phát sinh trong bối cảnh, phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên. Tuy nhiên, mới xây dựng các mối quan hệ tương ứng từ đối tượng thực tế sang đối tượng toán học ở các trường hợp đơn giản, thường gặp và đôi khi cần sự trợ giúp của người khác.

☐ *Mức 4:* Học sinh hiểu được ngôn ngữ trong mô hình thực hay vấn đề phát sinh trong bối cảnh, phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên. Thiết lập được các tương ứng của các đối tượng từ mô hình thực, vấn đề trong bối cảnh đến các đối tượng trong mô hình toán học. Làm rõ được các tính chất của đối tượng thực và đối tượng toán học, các yêu cầu giải quyết thực tiễn đến yêu cầu giải quyết vấn đề toán học.

Câu 8: Thầy (cô) đánh giá năng lực của học sinh trong quá trình làm việc với mô hình toán học?

□ *Mức 1:* Từ vấn đề trong bối cảnh thực, học sinh phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên, nêu ra được giả thiết và yêu cầu cần giải quyết của vấn đề. Chuyển đổi được sang mô hình toán học, phát biểu vấn đề dưới dạng câu hỏi toán học cần giải quyết trong mô hình toán học. Tuy nhiên, chưa thể huy động được kiến thức, thiếu kĩ năng trong giải quyết vấn đề. Thường xuyên thất bại trong tìm kiếm câu trả lời.

□ *Mức 2:* Từ vấn đề trong bối cảnh thực, học sinh phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên, nêu ra được giả thiết và yêu cầu cần giải quyết của vấn đề. Chuyển đổi được sang mô hình toán học, phát biểu vấn đề dưới dạng câu hỏi toán học cần giải quyết trong mô hình toán học. Đôi khi, còn mắc lỗi toán học trong vận dụng kiến thức vào giải quyết vấn đề. Chỉ trả lời các câu hỏi đơn giản trong mô hình toán học. Cần sự trợ giúp của giáo viên và người khác cho trả lời phần lớn các câu hỏi trong mô hình toán học.

□ *Mức 3:* Từ vấn đề trong bối cảnh thực, học sinh phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên, nêu ra được giả thiết và yêu cầu cần giải quyết của vấn đề. Chuyển đổi được sang mô hình toán học, phát biểu vấn đề dưới dạng câu hỏi toán học cần giải quyết trong mô hình toán học. Huy động được kiến thức, kĩ năng vào tìm cách trả lời các câu hỏi trong mô hình toán học. Tuy vậy, thường xuyên cần sự giúp đỡ từ giáo viên trong quá trình tìm kiếm câu trả lời cho các câu hỏi trên.

□ *Mức 4:* Từ vấn đề trong bối cảnh thực, học sinh phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên, nêu ra được giả thiết và yêu cầu cần giải quyết của vấn đề trong mô hình toán học. Chuyển đổi được sang mô hình toán học, phát biểu vấn đề dưới dạng câu hỏi toán học cần giải quyết. Huy động được kiến thức, kĩ năng vào tìm cách trả lời các câu hỏi trong mô hình toán học. Thường xuyên suy nghĩ, tìm kiếm nhiều giải pháp khác cho trả lời các câu hỏi trong mô hình toán học.

Câu 9: Thầy (cô) đánh giá năng lực của học sinh để giải thích các kết quả toán học trong một tình huống thực tế?

□ *Mức 1:* Học sinh chỉ giải thích kết quả bởi các công thức và phép tính toán học, không có khả năng chuyển đổi sang kết quả vấn đề thực tiễn.

□ *Mức 2:* Học sinh giải thích kết quả toán học thuần túy từ các công thức và phép tính toán học. Thiếu kinh nghiệm thực tiễn xã hội và kiến thức liên ngành, giải thích kết quả toán học trong tình huống thực tế chưa thấu đáo.

□ *Mức 3:* Biết huy động vốn kiến thức, các kĩ năng thực hành và kinh nghiệm thực tiễn; Hiểu biết quá trình giải quyết từ mô hình toán học để có được kết quả toán học. Giải thích kết quả toán học chưa thấu đáo, chưa giải thích được kết quả thực tiễn và chưa đưa ra được nguyên nhân của kết quả đó.

□ *Mức 4:* Biết huy động vốn kiến thức, các kĩ năng thực hành và kinh nghiệm thực tiễn; Hiểu biết quá trình giải quyết từ mô hình toán học để có được kết quả toán học. Đánh giá kết quả toán học và kết quả thực tiễn. Giải thích kết quả một cách thấu đáo, phân tích các bước trong quy trình giải quyết vấn đề trong mô hình toán học. Nêu ra được nguyên nhân của kết quả thực tế của vấn đề.

Câu 10: Thầy (cô) đánh giá năng lực mở rộng tình huống của học sinh?

□ *Mức 1:* Học sinh không có nhu cầu xem xét để mở rộng tình huống.

□ *Mức 2:* Chỉ suy nghĩ và thực hiện mở rộng tình huống khi có yêu cầu của giáo viên, và được gợi ý, chỉ bảo của giáo viên trong quá trình mở rộng tình huống, tìm kiếm vấn đề thực tiễn để phát triển mô hình toán học.

□ *Mức 3:* Học sinh tìm cách mở rộng tình huống, nhưng mới chỉ ở các tình huống đơn giản chưa có sự thay đổi nhiều so với tình huống ban đầu. Đối với mở rộng các tình huống phức tạp hơn, luôn cần giáo viên hỗ trợ trong quá trình thực hiện.

□ *Mức 4:* Luôn tìm cách mở rộng tình huống, tìm kiếm vấn đề thực tiễn để phát triển mô hình toán học và ngược lại. Trong đó, vận dụng kiến thức toán học và liên ngành, vốn trải nghiệm của bản thân trong quá trình mở rộng tình huống, thực hiện mô hình hóa toán học. Ngược lại, từ các mô hình toán học, suy nghĩ tìm kiếm, xây dựng vấn đề thực tiễn phù hợp với mô hình toán học.

Câu 11: Trong quá trình dạy học, thầy (cô) cho biết năng lực tự đánh giá quá trình mô hình hóa toán học của học sinh đạt ở mức độ nào?

□ *Mức 1:* Học sinh chưa tự đánh giá được chính quá trình mô hình hóa toán học mà bản thân mình thực hiện. Và chưa có ý định thực hiện đánh giá lại quá trình mô hình hóa toán học.

□ *Mức 2:* Đôi khi học sinh có xem xét lại một số bước trong quá trình mô hình hóa và hiệu chỉnh.

□ *Mức 3:* Bản thân học sinh thường xuyên xem xét lại các bước đi trong quá trình giải quyết vấn đề của mô hình toán học. Có khả năng hiệu chỉnh mô hình toán học.

☐ *Mức 4:* Học sinh luôn xem xét lại các giả thuyết, tìm hiểu các hạn chế của mô hình toán học cũng như lời giải của bài toán, xem lại các công cụ và phương pháp toán học đã sử dụng, đối chiếu thực tiễn để cải tiến mô hình đã xây dựng.

II. Sự cần thiết bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT trong nội dung Đại số

Câu 12: Theo thầy (cô), học sinh có cần thiết bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học?

- | | |
|--|--|
| ☐ Không cần thiết | ☐ Ít cần thiết |
| ☐ Cần thiết | ☐ Rất cần thiết |

Câu 13: Theo thầy (cô), năng lực mô hình hóa toán học có hỗ trợ cho việc tự rèn luyện và phát triển năng lực bản thân và nâng cao kết quả học tập Toán của học sinh?

- | | |
|---------------------------------------|---|
| ☐ Không hỗ trợ | ☐ Ít hỗ trợ |
| ☐ Hỗ trợ | ☐ Hỗ trợ rất nhiều |

Câu 14: Theo thầy (cô) việc phát triển năng lực mô hình hóa toán học của học sinh thông qua rèn luyện và phát triển năng lực mô hình hóa trong Đại số có thiết thực không?

- | | |
|---|---|
| ☐ Không thiết thực | ☐ Ít thiết thực |
| ☐ Thiết thực | ☐ Rất thiết thực |

Câu 15: Trong quá trình thầy (cô) giảng dạy, việc rèn luyện năng lực mô hình hóa toán học trong Đại số của học sinh được thực hiện trong thời gian nào?

- a. Tự rèn luyện
- b. Rèn luyện trong các giờ học trên lớp
- c. Rèn luyện thông qua các bối cảnh thực tiễn
- d. Rèn luyện trong các giờ học trên lớp và bối cảnh thực tiễn
- e. Ý kiến khác.....
-

Câu 16: Qua kinh nghiệm giảng dạy, thầy (cô) vui lòng chia sẻ thêm về những hạn chế trong năng lực mô hình hóa toán học nói chung và năng lực mô hình hóa toán học trong Đại số của học sinh.

.....

.....

.....

Qua kinh nghiệm giảng dạy, thầy (cô) vui lòng đề xuất những nội dung cần thực hiện để: phát triển năng lực mô hình hóa toán học của học sinh.

.....

.....

.....

Cám ơn thầy (cô) đã chia sẻ ý kiến cá nhân, những ý kiến này sẽ là cơ sở quan trọng để chúng tôi tiến hành nghiên cứu.

Phiếu hỏi 3

PHIẾU HỎI Ý KIẾN HỌC SINH THPT VỀ CÁC VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC

Những thông tin này chỉ dùng vào mục đích nghiên cứu, rất mong các em vui lòng trả lời những câu hỏi dưới đây.

A. PHẦN THÔNG TIN CHUNG

Họ và tên học sinh:

Lớp: Trường:

Quận/Huyện: Tỉnh/Thành phố:

B. PHẦN TRẢ LỜI CÂU HỎI

Xin vui lòng đánh dấu x vào ô ☐ thể hiện mức độ mà em đồng ý.

I. Khảo sát năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh THPT

Câu 1: Hiểu biết của em về ứng dụng Toán học trong thực tiễn cuộc sống

☐ *Mức 1:* Bản thân đã được biết đến bài toán có liên hệ thực tiễn thông qua giới thiệu của giáo viên. Tuy nhiên, bản thân chưa có động cơ tìm kiếm mối liên hệ thực tiễn Toán học và thực tiễn.

☐ *Mức 2:* Đã biết về những bài toán có liên hệ với thực tiễn thông qua giáo viên giới thiệu và tự tìm hiểu qua tài liệu. Đôi khi suy nghĩ làm thế nào để những kiến thức toán mình học có thể được ứng dụng vào cuộc sống hàng ngày.

☐ *Mức 3:* Đã biết về những bài toán có liên hệ với thực tiễn thông qua giáo viên giới thiệu và tự tìm hiểu qua tài liệu. Thường xuyên suy nghĩ, tìm mối liên hệ những kiến thức toán mình học với cuộc sống hàng ngày.

☐ *Mức 4:* Thường xuyên tìm hiểu nội dung toán học trong các vấn đề của cuộc sống. Vận dụng được nhiều kiến thức toán học cho các ứng dụng hàng ngày.

Câu 2: Kinh nghiệm của em trong quá trình giải các bài toán thực tiễn ở mức độ nào?

☐ *Mức 1:* Không thể giải các bài toán từ bối cảnh thực tế.

☐ *Mức 2:* Đưa ra được giả thiết và yêu cầu của bài toán từ bối cảnh của vấn đề thực tế. Tìm hiểu mối liên hệ giữa các giả thiết và đặt được các biến số.

☐ *Mức 3:* Đưa ra được giả thiết và yêu cầu của bài toán từ bối cảnh của vấn đề thực tế. Tìm hiểu mối liên hệ giữa các giả thiết và đặt được các biến số. Vận dụng được kiến thức toán học để giải bài toán.

☐ *Mức 4:* Đưa ra được giả thiết và yêu cầu của bài toán từ bối cảnh của vấn đề thực tế. Tìm hiểu mối liên hệ giữa các giả thiết và đặt được các biến số. Sử dụng

được kiến thức toán học để giải bài toán. Thử nghiệm nhiều giải pháp khác nhau cho giải bài toán. Biết suy nghĩ để tự kiểm tra lại quy trình giải bài toán, có thể bổ sung, sửa chữa cho lời giải hoàn chỉnh.

Câu 3: Em có hứng thú khi được học các kiến thức mới thông qua hoạt động mô hình hóa toán học? Lý do cho câu trả lời của em.

☐ *Mức 1:* Không có nhu cầu tìm hiểu kiến thức toán học trong các vấn đề cuộc sống, và ngược lại.

☐ *Mức 2:* Đôi khi mong muốn tìm hiểu mối quan hệ toán học với những vấn đề trong cuộc sống hàng ngày.

☐ *Mức 3:* Đam mê, luôn tò mò khám phá mối quan hệ toán học với những vấn đề trong cuộc sống hàng ngày.

☐ *Mức 4:* Đam mê, luôn tò mò khám phá mối quan hệ toán học với những vấn đề trong cuộc sống hàng ngày. Thường xuyên tập dượt khả năng mô hình hóa toán học cho các vấn đề trong cuộc sống. Ngược lại, từ toán học, bản thân suy nghĩ, tìm cách vận dụng kiến thức toán để giải quyết các vấn đề cuộc sống.

Câu 4: Những khó khăn nào mà em gặp phải trong quá trình mô hình hóa một bài toán từ những vấn đề thực tiễn không?

☐ *Mức độ 1:* Không thực hiện mô hình hóa toán học từ các vấn đề cuộc sống, không có nhu cầu thực hiện mô hình hóa toán học.

☐ *Mức độ 2:* Đôi khi thử mô hình hóa toán học từ các vấn đề của cuộc sống, nhưng thường xuyên bỏ dở không hoàn thành do không biết kết nối kiến thức toán học với vấn đề của cuộc sống bởi thiếu vốn kiến thức có được từ trải nghiệm.

☐ *Mức độ 3:* Thường thử mô hình hóa toán học các vấn đề của cuộc sống, đã biết tóm tắt được giả thiết từ vấn đề cuộc sống và yêu cầu cần giải quyết. Biết đặt biến, xây dựng được các mối liên hệ toán học giữa các biến, nhưng đôi khi còn mắc lỗi toán học như điều kiện của biến,... chỉ dừng lại ở một lời giải của bài toán, và đôi khi thất bại khi giải.

☐ *Mức độ 4:* Thường xuyên thực hiện mô hình hóa toán học đối với các vấn đề của cuộc sống thực tiễn, có vốn hiểu biết từ trải nghiệm, biết cách đặt biến, xây dựng được mối liên hệ các biến, giải quyết bài toán bằng nhiều cách. Có khả năng tự xem xét lại quá trình giải quyết vấn đề, so sánh kết quả giữa lí thuyết với thực tiễn. Cố gắng tìm kiếm câu trả lời cho kết quả thực tiễn và lí thuyết.

Câu 5: Năng lực am hiểu vấn đề trong bối cảnh thực tiễn

☐ *Mức 1:* Chỉ hiểu vấn đề trong bối cảnh thực tiễn thông qua người khác trình bày chi tiết, bản thân không ham muốn tìm hiểu vấn đề trong các bối cảnh.

□ *Mức 2:* Có sự hiểu biết một số vấn đề đơn giản trong bối cảnh thực tiễn thường gặp, suy nghĩ về kiến thức toán học với vấn đề cần giải quyết, nhưng thường gặp lỗi trong chuyển tải ngôn ngữ từ bối cảnh sang nhiệm vụ toán học.

□ *Mức 3:* Có vốn kiến thức xã hội từ trải nghiệm thực tế, hiểu được các vấn đề trong bối cảnh thực tiễn, biết vận dụng kiến thức toán học, kinh nghiệm thực tiễn của bản thân để giải quyết vấn đề.

□ *Mức 4:* Vốn kiến thức do trải nghiệm phong phú, nhanh chóng kết nối được kiến thức toán học với giải quyết vấn đề từ bối cảnh thực tiễn. Ham muốn mở rộng bài toán để gắn kết vào một vấn đề thực tế lớn hơn, khó khăn hơn.

Câu 6: Năng lực hiểu ngôn ngữ tự nhiên trong vấn đề thế giới thực

□ *Mức 1:* Chỉ hiểu được vấn đề thông qua người khác diễn đạt, giải thích chi tiết.

□ *Mức 2:* Hiểu ngôn ngữ tự nhiên trong một số vấn đề đơn giản hay gặp trong cuộc sống, vốn trải nghiệm hạn chế nên còn thường xuyên gặp khó khăn trong hiểu ngôn ngữ tự nhiên từ các vấn đề thế giới thực.

□ *Mức 3:* Hiểu biết về các thuộc tính của đối tượng trong vấn đề, biết bỏ qua các thuộc tính không phải bản chất của vấn đề. Phát biểu được vấn đề của thế giới thực.

□ *Mức 4:* Hiểu biết về các thuộc tính của đối tượng trong vấn đề, biết bỏ qua các thuộc tính không phải bản chất của vấn đề. Vốn hiểu biết ngôn ngữ tự nhiên phong phú, có hiểu biết kiến thức liên ngành; Phát biểu được vấn đề của thế giới thực dưới nhiều góc nhìn.

Câu 7: Năng lực thiết lập một mô hình toán học từ mô hình thực hay từ các bối cảnh có liên quan

□ *Mức 1:* Không có khả năng thiết lập mô hình toán học từ mô hình thực hay bối cảnh liên quan.

□ *Mức 2:* Hiểu được ngôn ngữ trong mô hình thực hay vấn đề phát sinh trong bối cảnh, phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên. Tuy nhiên, vẫn thường gặp lỗi trong xây dựng các mối quan hệ tương ứng từ đối tượng thực tế sang đối tượng toán học.

□ *Mức 3:* Hiểu được ngôn ngữ trong mô hình thực hay vấn đề phát sinh trong bối cảnh, phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên. Tuy nhiên, mới xây dựng các mối quan hệ tương ứng từ đối tượng thực tế sang đối tượng toán học ở các trường hợp đơn giản, thường gặp và đôi khi cần sự trợ giúp của người khác.

□ *Mức 4:* Hiểu được ngôn ngữ trong mô hình thực hay vấn đề phát sinh trong bối cảnh, phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên. Thiết lập được các tương ứng của các đối tượng từ mô hình thực, vấn đề trong bối cảnh đến các đối tượng trong mô hình toán học. Làm rõ được các tính chất của đối tượng thực và đối tượng toán học, các yêu cầu giải quyết thực tiễn đến yêu cầu giải quyết vấn đề toán học.

Câu 8: Năng lực giải quyết vấn đề

□ *Mức 1:* Học sinh đáp ứng được những yêu cầu cơ bản phát hiện và giải quyết vấn đề khi vấn đề được giáo viên đặt ra một cách rõ ràng.

□ *Mức 2:* Học sinh nhận ra được vấn đề do giáo viên đưa ra, biết hoàn tất phát hiện và hoàn tất giải quyết vấn đề dưới sự gợi ý, dẫn dắt của giáo viên.

□ *Mức 3:* Học sinh chủ động phát hiện được vấn đề, dự đoán được những điều kiện nảy sinh vấn đề và nhận xét cách thức tiếp cận và giải quyết vấn đề.

□ *Mức 4:* Học sinh chủ động phát hiện được vấn đề, dự đoán được những điều kiện nảy sinh vấn đề và nhận xét cách thức tiếp cận vấn đề; biết huy động kiến thức bản thân, kĩ năng trải nghiệm vào giải quyết vấn đề.

Câu 9: Năng lực để giải quyết các câu hỏi toán học trong mô hình toán học

□ *Mức 1:* Từ vấn đề trong bối cảnh thực, học sinh phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên, nêu ra được giả thiết và yêu cầu cần giải quyết của vấn đề. Chuyển đổi được sang mô hình toán học, phát biểu vấn đề dưới dạng câu hỏi toán học cần giải quyết trong mô hình toán học. Chưa thể huy động được kiến thức, thiếu kĩ năng trong giải quyết vấn đề. Thường xuyên thất bại trong tìm kiếm câu trả lời.

□ *Mức 2:* Từ vấn đề trong bối cảnh thực, học sinh phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên, nêu ra được giả thiết và yêu cầu cần giải quyết của vấn đề. Chuyển đổi được sang mô hình toán học, phát biểu vấn đề dưới dạng câu hỏi toán học cần giải quyết trong mô hình toán học. Đôi khi, còn mắc lỗi toán học trong vận dụng kiến thức vào giải quyết vấn đề. Chỉ trả lời các câu hỏi đơn giản trong mô hình toán học. Cần sự trợ giúp của giáo viên và người khác cho trả lời phần lớn các câu hỏi trong mô hình toán học.

□ *Mức 3:* Từ vấn đề trong bối cảnh thực, học sinh phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên, nêu ra được giả thiết và yêu cầu cần giải quyết của vấn đề. Chuyển đổi được sang mô hình toán học, phát biểu vấn đề dưới dạng câu hỏi toán học cần giải quyết trong mô hình toán học. Huy động được kiến thức, kĩ năng vào tìm cách trả lời các câu hỏi trong mô hình toán học. Tuy vậy, thường xuyên cần sự giúp đỡ từ giáo viên trong quá trình tìm kiếm câu trả lời cho các câu hỏi trên.

□ *Mức 4:* Từ vấn đề trong bối cảnh thực, học sinh phát biểu được vấn đề bằng ngôn ngữ tự nhiên, nêu ra được giả thiết và yêu cầu cần giải quyết của vấn đề trong mô hình toán học. Chuyển đổi được sang mô hình toán học, phát biểu vấn đề dưới dạng câu hỏi toán học cần giải quyết. Huy động được kiến thức, kỹ năng vào tìm cách trả lời các câu hỏi trong mô hình toán học. Thường xuyên suy nghĩ, tìm kiếm nhiều giải pháp khác cho trả lời các câu hỏi trong mô hình toán học.

Câu 10: Năng lực để giải thích các kết quả toán học trong một tình huống thực tế

□ *Mức 1:* Giải thích không chính xác kết quả toán học với tình huống thực tế.

□ *Mức 2:* Giải thích kết quả toán học thuần túy từ các công thức và phép tính toán học. Thiếu kinh nghiệm thực tiễn xã hội và kiến thức liên ngành, giải thích kết quả toán học trong tình huống thực tế chưa thấu đáo.

□ *Mức 3:* Biết huy động vốn kiến thức, các kỹ năng thực hành và kinh nghiệm thực tiễn; Hiểu biết quá trình giải quyết từ mô hình toán học để có được kết quả toán học. Giải thích kết quả toán học chưa thấu đáo, chưa giải thích được kết quả thực tiễn và chưa đưa ra được nguyên nhân của kết quả đó.

□ *Mức 4:* Biết huy động vốn kiến thức, các kỹ năng thực hành và kinh nghiệm thực tiễn; Hiểu biết quá trình giải quyết từ mô hình toán học để có được kết quả toán học. Đánh giá kết quả toán học và kết quả thực tiễn. Giải thích kết quả một cách thấu đáo, phân tích các bước trong quy trình giải quyết vấn đề trong mô hình toán học. Nêu ra được nguyên nhân của kết quả thực tế của vấn đề.

Câu 11: Năng lực xem xét và mở rộng tình huống

□ *Mức 1:* Không có nhu cầu xem xét để mở rộng tình huống.

□ *Mức 2:* Chỉ suy nghĩ và thực hiện mở rộng tình huống khi có yêu cầu của giáo viên, và được gợi ý, chỉ bảo của giáo viên trong quá trình mở rộng tình huống, tìm kiếm vấn đề thực tiễn để phát triển mô hình toán học.

□ *Mức 3:* Tìm cách mở rộng tình huống, nhưng mới chỉ ở các tình huống đơn giản chưa có sự thay đổi nhiều so với tình huống ban đầu. Đối với mở rộng các tình huống phức tạp hơn, luôn cần giáo viên hỗ trợ trong quá trình thực hiện.

□ *Mức 4:* Luôn tìm cách mở rộng tình huống, tìm kiếm vấn đề thực tiễn để phát triển mô hình toán học và ngược lại. Trong đó, vận dụng kiến thức toán học và liên ngành, vốn trải nghiệm của bản thân trong quá trình mở rộng tình huống, thực hiện mô hình hóa toán học. Ngược lại, từ các mô hình toán học, suy nghĩ tìm kiếm, xây dựng vấn đề thực tiễn phù hợp với mô hình toán học.

Câu 12: Năng lực tự đánh giá quá trình mô hình hóa toán học

☐ *Mức 1:* Chưa tự đánh giá được chính quá trình mô hình hóa toán học mà bản thân mình thực hiện. Và chưa có ý định thực hiện đánh giá lại quá trình mô hình hóa toán học.

☐ *Mức 2:* Đôi khi có xem xét lại một số bước trong quá trình mô hình hóa và hiệu chỉnh.

☐ *Mức 3:* Bản thân thường xuyên xem xét lại các bước đi trong quá trình giải quyết vấn đề của mô hình toán học. Có khả năng hiệu chỉnh mô hình toán học.

☐ *Mức 4:* Bản thân luôn luôn xem xét lại các giả thuyết, tìm hiểu các hạn chế của mô hình toán học cũng như lời giải của bài toán, xem lại các công cụ và phương pháp toán học đã sử dụng, đối chiếu thực tiễn để cải tiến mô hình đã xây dựng.

II. Sự cần thiết bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT trong nội dung Đại số

Câu 13: Theo em có cần thiết bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh THPT không?

☐ Không cần thiết

☐ Ít cần thiết

☐ Cần thiết

☐ Rất cần thiết

Câu 14: Theo em năng lực mô hình hóa toán học có hỗ trợ cho việc tự rèn luyện và phát triển năng lực bản thân và nâng cao kết quả học tập Toán?

☐ Không hỗ trợ

☐ Ít hỗ trợ

☐ Hỗ trợ

☐ Hỗ trợ rất nhiều

Câu 15: Theo em việc phát triển năng lực mô hình hóa toán học thông qua rèn luyện và phát triển năng lực mô hình hóa trong Đại số có thiết thực không?

☐ Không thiết thực

☐ Ít thiết thực

☐ Thiết thực

☐ Rất thiết thực

Câu 16: Việc rèn luyện năng lực mô hình hóa toán học trong Đại số của em được thực hiện trong thời gian nào?

a. Tự rèn luyện

b. Rèn luyện trong các giờ học trên lớp

c. Rèn luyện thông qua các bối cảnh thực tiễn

d. Rèn luyện trong các giờ học trên lớp và bối cảnh thực tiễn

e. Ý kiến khác:

.....

Câu 17: Em vui lòng chia sẻ thêm về những hạn chế trong năng lực mô hình hóa toán học nói chung và năng lực mô hình hóa toán học trong Đại số của bản thân mình.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Cám ơn các em đã chia sẻ ý kiến cá nhân, những ý kiến này sẽ là cơ sở quan trọng để chúng tôi tiến hành nghiên cứu.

Chúc các em thành công!